

**Шаяхметов
Олег Хазиакромович**

**Практикум по решению
задач на ЭВМ**

**Методические указания
к выполнению лабораторных работ**

г. Ставрополь 2024

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
СТАВРОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
Кафедра математики, информатики и цифровых образовательных
технологий

Практикум по решению задач на ЭВМ

Методические указания к выполнению лабораторных работ

Составитель:
О. Х. Шаяхметов

Электронное издание

г. Ставрополь 2024

УДК 004.438
ББК 32.973.2

Практикум по решению задач на ЭВМ [Электронный ресурс] : метод. указания к выполнению лаб. работ / ГБОУ ВО СГПИ; сост.: О. Х. Шаяхметов. – Ставрополь : Изд-во ГБОУ ВО СГПИ, 2024. – 12423 с. – Электрон. дан. (4,41 Мб.). – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). – Систем. требования: Intel от 1,3 ГГц ; Windows XP/7/8/10 ; Adobe Reader ; дисковод CD-ROM. – Загл. с титул. экрана.

Содержат указания к выполнению лабораторных работ для проверки знаний по основным темам при изучении программирования на языке Python.

Предназначены для студентов всех направлений подготовки.

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО.

Ил. 5. Библиогр.: 8 назв.

© ГБОУ ВО СГПИ, 2024

ВВЕДЕНИЕ

Изучение программирования – сложная задача. Для успешного написания программ необходимо составить решение задачи, логически формализовать его и записать с использованием одного из языков программирования.

Традиционно для изучения программирования выбирают один или несколько языков. Издание содержит задачи для языка программирования Python. Выбор обусловлен тем, что это простой современный язык, который широко используется в различных коммерческих и некоммерческих проектах и имеет низкий порог вхождения: для написания простой программы достаточно написать одну строчку.

Выбор конкретного языка программирования не так важен. При изучении программирования акцентируются типовые конструкции и методы, которые применимы ко многим языкам программирования. Изучение последующих языков гораздо легче, чем изучение первого.

Темы лабораторных работ условно можно разделить на две части. В первой части раскрываются основы программирования на Python. Здесь представлены задачи на ввод и вывод данных в программах, работу с простыми вычислениями, реализацию ветвления и циклов, работу со строками и массивам, а также с файлами, задачи на составление подпрограмм, простую работу с графикой. Все указанные темы позволят изучить базовые конструкции языка и научиться писать простейшие программы.

Во второй части рассматривается применение всех базовых конструкций для решения более сложных задач. Каждая из лабораторных работ посвящена одному из способов решения задач с помощью языка программирования или базовому алгоритму. Здесь представлены задачи на сортировку и поиск элементов в массиве, хэширование, динамическое программирование, пирамидальную сортировку с помощью кучи, а также на работу с деревьями и графами.

Оформление отчета

По результатам выполнения каждой лабораторной работы студенты составляют отчет. Правильно составленный отчет отражает понимание обучающимся алгоритма выполнения задачи.

Каждый отчет должен содержать следующие элементы:

1. Титульный лист.
2. Цель выполненной лабораторной работы.
3. Номер варианта (если предусмотрен в работе) и текст задания.
4. Блок-схемы реализованных алгоритмов/программ.
5. Программный код выполненных заданий.
6. Выводы по проделанной работе.

Отчет готовится в электронном виде. Номер варианта согласуют с преподавателем. Блок-схемы рисуют в программе Microsoft Visio или аккуратно карандашом на бумаге в клетку (после чего схемы фотографируют и вставляют в отчет). Код программ вставляют полностью, от начала и до конца. Пример отчета приведен в приложении.

Лабораторная работа № 1

ВВОД-ВЫВОД ДАННЫХ

Цель работы

Познакомиться с основными типами данных в Python (целое число, вещественное число, строка, логический тип данных) и явным приведением типов. Научиться вводить данные основных типов с клавиатуры и выводить их на экран.

Особые указания

К отчету по выполнению лабораторной работы № 1 составление блок-схем не требуется.

Задание № 1

1. Объявите пустую строку.
2. Ввести с клавиатуры фамилию и имя в строку с приглашением *«Введите свои фамилию и имя – »*.
3. Выведите на экран приветствие с введенными фамилией и именем: *«Привет, __!»*.
4. В одну строку выведите на экран количество символов в фамилии и количество символов в имени.

Задание № 2

1. Объявите целочисленную переменную и переменную числа с плавающей точкой (вещественную переменную) со значениями, равными 0.
2. Введите значения объявленных переменных с клавиатуры, используя оператор ввода.
3. Выведите на экран класс каждой переменной (под классом понимается тип данных, который в ней хранится).
4. Переменную целочисленного типа приведите к числу с плавающей точкой и обратно.
5. Приведите числовую переменную с плавающей точкой к строковому типу, выведите на экран ее длину (количество символов), приведите обратно к числовому типу.

6. Выведите целую часть вещественного числа и его дробную часть с точностью до n знаков после запятой (n вводит пользователь с клавиатуры).

Задание № 3

1. Объявите логическую переменную.
2. Введите значение логической переменной с клавиатуры.
3. Выведите значение логической переменной на экран.
4. Приведите каждое значение логической переменной (True и False) к строковому и числовому типам данных. Выведите результат на экран.

Лабораторная работа № 2

СОСТАВЛЕНИЕ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

Цель работы

Познакомиться с арифметическими функциями Python. Научиться составлять арифметические выражения, программы линейной структуры, а также блок-схемы к программам линейной структуры.

Задание № 1

Решите задачу, используя только целые числа, в соответствии с выданным вариантом задания.

Варианты к заданию № 1

1. Дано натуральное число N ($N \leq 9999$). Найдите сумму первой и последней цифр этого числа.
2. Дано натуральное число N ($N \leq 9999$). Найдите сумму первой и предпоследней цифр этого числа.
3. Дано натуральное число N ($N \leq 9999$). Найдите сумму первой и второй цифр этого числа.
4. Дано натуральное число N ($N \leq 9999$). Найдите произведение последней и предпоследней цифр этого числа.
5. Дано натуральное число N ($N \leq 9999$). Поменяйте местами первую и последнюю цифры этого числа.

6. Дано натуральное число N ($9 < N \leq 9999$). Поменяйте местами первую и предпоследнюю цифры этого числа.

7. Дано натуральное число N ($9 < N \leq 9999$). Поменяйте местами первую и вторую цифры этого числа.

8. Дано натуральное число N ($9 < N \leq 9999$). Поменяйте местами последнюю и предпоследнюю цифры этого числа.

9. Даны два натуральных числа M и N ($999 < M < 9999$). Составьте новое число F , из двух старших разрядов числа M и двух младших разрядов числа N .

Пример: $M = 1234, N = 5678$. *Ответ:* $F = 1278$.

10. Даны два натуральных числа M и N ($999 < N < 9999$). Составьте новое число F из двух крайних разрядов числа M и двух средних разрядов числа N .

Пример: $M = 1234, N = 5678$. *Ответ:* $F = 1674$.

11. Дано натуральное число N ($9 < N \leq 99$). Допишите к нему цифру k в конец и начало.

Пример: $N = 12, k = 5$. *Ответ:* 5125.

12. Дано натуральное число N ($9 < N \leq 99$). Вставьте цифру k дважды после первого разряда.

Пример: $N = 12, k = 5$. *Ответ:* 1552.

13. Дано число N – текущее число месяца. Определите, какая неделя идет с начала месяца и какой по счету день недели, если месяц начался в среду.

14. Дано число N – количество дней, прошедших с начала года. Вычислите, какая неделя идет с начала года и какой по счету день недели, если год начался в четверг.

15. Дано число N – количество минут, прошедших с начала суток. Вычислите текущее время: час и минуту с начала суток.

16. Дано число N – количество секунд, прошедших с начала суток. Вычислите текущее время: час, минуту и секунду с начала суток.

17. Дано натуральное число N ($N > 9$). Определите сумму цифр в первой половине числа (старшие разряды).

Пример: $N = 12\ 345\ 678$. Сумма составляет: $1 + 2 + 3 + 4 = 10$.

18. Дано натуральное число N ($N > 9$). Определите сумму цифр во второй половине числа (младшие разряды).

Пример: $N = 12\ 345\ 678$. Сумма составляет: $5 + 6 + 7 + 8 = 26$.

19. Дано натуральное число N ($N \leq 9999$). Получите новое число M , образованное из цифр числа N , записанных в обратном порядке.

Пример: $N = 1234$. *Ответ:* 4321.

20. Дано натуральное число N ($N \leq 9999$). Получите новое число M , образованное из цифр числа N , попарно записанных в обратном порядке.

Пример: $N = 1234$. *Ответ:* 2143.

21. Дано натуральное число N ($N \leq 9999$). Получите новое число M , старшие разряды которого равны числу N , а младшие разряды – числу N , записанному в обратном порядке. Таким образом, число M является палиндромом.

Пример: $N = 1234$. *Ответ:* 12344321.

22. Два натуральных числа (X, Y) образуют дробь, где X – числитель, а Y – знаменатель. Даны две дроби (X, Y) и (A, B) . Вычислите целую часть от суммы дробей.

23. Два натуральных числа (X, Y) образуют дробь, где X – числитель, а Y – знаменатель. Выделите целую часть числа, остаток от деления числа и найдите дробную часть числа с точностью до трех знаков после запятой.

24. Число N ($8 \leq N_{10} < 16$) – целое положительное четырехразрядное число в двоичной системе счисления, записанное без знака.

Пример для числа 9: $N = 1001$.

Выполните перевод числа N в десятичную систему счисления.

25. Число N ($128 \leq N_{10} < 256$) – целое положительное четырехразрядное число в четверичной системе счисления, записанное без знака.

Пример для числа 129: $N = 1001$.

Выполните перевод числа N в десятичную систему счисления.

26. Число N ($512 \leq N_{10} < 4096$) – целое положительное четырехразрядное число в восьмеричной системе счисления, записанное без знака.

Пример для числа 513: $N = 1001$.

Выполните перевод числа N в десятичную систему счисления.

27. Число N ($128 \leq N_{10} < 256$) и M ($128 \leq M_{10} < 256$) – целое положительное четырехразрядное число в двоичной системе счисления, записанное без знака.

Пример для числа 9: $N = 1001$.

Даны два целых положительных двоичных числа N и M . Выполните поразрядное сложение этих чисел в двоичной системе счисления.

Пример: $N = 1001$, $M = 1001$. *Ответ:* 10010.

28. Число N ($128 \leq N_{10} < 256$) – целое положительное четырехразрядное число в четверичной системе счисления, записанное без знака.

Пример для числа 129: $N = 1001$.

Даны два целых положительных числа N и M в четверичной системе счисления. Выполните поразрядное сложение этих чисел в четверичной системе счисления.

Пример: $N = 3003$, $M = 1001$. *Ответ:* 10010.

29. Число N ($512 \leq N_{10} < 4096$) – целое положительное четырехразрядное число в восьмеричной системе счисления, записанное без знака.

Пример для числа 513: $N = 1001$.

Даны два целых положительных числа N и M в восьмеричной системе счисления. Выполните поразрядное сложение этих чисел в восьмеричной системе счисления.

Пример: $N = 7007$, $M = 1001$. *Ответ:* 10010.

30. Паром может перевезти N тонн грузов. Вычислите, сколько машин грузоподъемностью M ($M < N$) может перевезти паром.

Задание № 2

Запишите при помощи языка программирования Python уравнение в соответствии с выданным вариантом задания. Составьте блок-схему программы решения уравнения.

Варианты к заданию № 2

$$1. \sqrt{e^{2,2x}} - \left| \sin \left(\frac{\pi x}{x + \frac{2}{3}} \right) \right| + 1,7.$$

$$2. \sqrt{\sqrt[5]{x^4} + \sqrt[5]{x^{x-4}}} + \ln(|x - 20,5|).$$

$$3. \left(\frac{1}{7} + \ln(\sqrt{x}) \right) e^{\sqrt{x-2}}.$$

$$4. \frac{\sqrt{x} \cdot \sin \left(\frac{x^2}{2} \right) - 1,3}{\sqrt[5]{x} + e^{3x} + |\cos(x)|}.$$

$$5. \sqrt{e^{|\sin(x)|}} + 2 \ln(3x) - \frac{1}{9}.$$

$$6. \left(\sqrt{1 + x^2} + \frac{|\ln^3(x)|}{1,6 + x^4} \right).$$

$$7. \frac{\sqrt{\frac{1}{5} + \sqrt[5]{e^x}}}{|\ln(x^2) - 1,3|}.$$

$$8. 1,8 + \ln \left(4 \frac{2}{7} - \operatorname{tg} \left(\sin \left(\frac{5x}{3} \right) \right) \right).$$

$$9. \frac{|\sin(\sqrt{10,5x})|}{\sqrt[3]{x^2 - 0,143}} + 2\pi x.$$

$$10. 1,1e^x + |\cos(\sqrt{\pi x})|.$$

$$11. \frac{\ln(\sqrt{|x-2|} + 1,2)}{2 + e^x} + \sqrt[3]{\frac{2}{x}}.$$

$$12. \frac{1}{3}\sqrt{|\sin(x)|} \cdot \sqrt[3]{e^{0,12x}}.$$

$$13. \frac{\sqrt[5]{e^{\frac{2}{3}-x}}}{\sqrt{x^2 + x^4 + \ln(|x-3,4|)}}.$$

$$14. \frac{\sqrt{\sin^3\left(\frac{x}{2}\right) + \sqrt[3]{e^{1,3x} + e^{-1,3x}}}}{\left|x - \frac{7}{9}\right|}.$$

$$15. \frac{\sin(0,5\pi x) + \sqrt[5]{x}}{\sqrt{|\cos(\pi x)| + \frac{1}{e^{\sqrt{x}}}}}.$$

$$16. \frac{1}{\sqrt{x}} + \ln^2(|0,2 + \sin(x)|) \sqrt[3]{x^2}.$$

$$17. \frac{\ln(\sqrt{e^{0,1x} + x})}{x + \sqrt[3]{10,7} + \frac{1}{\operatorname{tg}(x)}} + \frac{2}{5}.$$

$$18. \frac{\left|x \cdot \ln(x) - \frac{4}{7}\right| \cdot \sqrt{x}}{\sqrt[5]{e^{4x-1,1}}}.$$

$$19. \left(\sqrt{e^{2x} \cdot \sqrt{x} - \frac{x + \frac{1}{3}}{x}} \right) \times \cos(2,5x)$$

$$20. \frac{x^3}{\sqrt{3}} - e^x \ln(|1,37^3 + x^3|) + \frac{4}{3}.$$

$$21. \frac{\ln(\sqrt{\pi + |2-x|})}{3 - \frac{1}{x}} + \sqrt[3]{x^2} \times \sin(1,4x).$$

$$22. \left(\sqrt[3]{\ln^2(x)} + \operatorname{tg}(\cos(\pi x)) \right) \times \left| \ln\left(\frac{x}{10,5}\right) \right|.$$

$$23. \frac{|7,2 - 10x|}{\sqrt[3]{\frac{x}{9} + e^{2x}}} \cdot \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{4 \operatorname{tg}(2x)}{\sqrt{1,1x^3}}\right).$$

$$24. \frac{1}{3} \sqrt[7]{e^{6,3+\sqrt{x}}} \cdot \left| \cos\left(\frac{2x}{3}\right) - x \right|.$$

$$25. \frac{|x - \pi| e^{\frac{3}{x}}}{\ln(1,7 \sqrt[3]{x} + x \sqrt{x})}.$$

$$26. 2e^{\sqrt{|x^2-1,7^2|}} - \left(\frac{x - \pi}{x + \pi} \right)^2.$$

$$27. \left(2\frac{2}{3} + \sqrt[3]{\frac{x}{2,7}} - \sqrt{e^{-3x}} \right) \times \sin(5x).$$

$$28. \frac{\ln(x^2) + \pi}{e^{\frac{5}{3}}} - x \cdot \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{e}}\right) + 1,4.$$

$$29. \frac{|\ln(x^2)| + \frac{1}{3}}{\sqrt{e^{\frac{x}{\pi}} + \sqrt[3]{x} + 1,4}}.$$

$$30. \sqrt[3]{\pi^2 - x^2 + \frac{1}{e}} + \operatorname{tg}\left(\frac{x-1}{x}\right) + \frac{1}{7}.$$

Лабораторная работа № 3

УСЛОВНЫЙ ОПЕРАТОР

Цель работы

Познакомиться с логическими операторами в Python. Научиться составлять логические выражения. Познакомиться с оператором ветвления. Научиться составлять программы со структурой ветвления, а также блок-схемы к программам с оператором ветвления.

Задание № 1

Вычислите значение функции с точностью до трех знаков после запятой в соответствии с выданным вариантом задания. Составьте блок-схему к программе.

Варианты к заданию № 1

$$1. F(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + 9, & \text{если } x \leq 3 \\ \frac{1}{x^3 + 6}, & \text{если } x > 3 \end{cases}$$

$$2. F(x) = \begin{cases} -x^2 + 3x + 9, & \text{если } x < 3 \\ \frac{1}{x^3 - 6}, & \text{если } x \geq 3 \end{cases}$$

$$3. F(x) = \begin{cases} \sin(x), & \text{если } x \leq -3 \\ \frac{1}{x^2 + 1}, & \text{если } x > -3 \end{cases}$$

$$4. F(x) = \begin{cases} \cos(x), & \text{если } x \leq 1 \\ \frac{1}{x + 6}, & \text{если } x > 1 \end{cases}$$

$$5. F(x) = \begin{cases} -3x + 9, & \text{если } x \leq 7 \\ \frac{1}{x - 7}, & \text{если } x > 7 \end{cases}$$

$$6. F(x) = \begin{cases} 3x - 9, & \text{если } x \leq 7 \\ \frac{1}{x^2 - 4}, & \text{если } x > 7 \end{cases}$$

$$7. F(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } 0 \leq x \leq 3 \\ 4, & \text{если } x > 3 \text{ или } x < 0 \end{cases}$$

$$8. F(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 5, & \text{если } x \leq 2 \\ \frac{1}{x^2 + 4x + 5}, & \text{если } x > 2 \end{cases}$$

$$9. F(x) = \begin{cases} x^2 - x, & \text{если } 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 - \sin(\pi x^2), & \text{если } x < 0 \text{ или } x > 1 \end{cases}$$

$$10. F(x) = \begin{cases} -x^2 + x - 9, & \text{если } x \leq 8 \\ \frac{1}{x^4 - 6}, & \text{если } x > 8 \end{cases}$$

$$11. F(x) = \begin{cases} 4x^2 + 2x - 19, & \text{если } x \leq 3,5 \\ -\frac{2x}{-4x + 1}, & \text{если } x > 3,5 \end{cases}$$

$$12. F(x) = \begin{cases} -x^2 + 3x + 9, & \text{если } x \leq 3 \\ \frac{1}{x^2 + 1}, & \text{если } x > 3 \end{cases}$$

$$13. F(x) = \begin{cases} -3x + 9, & \text{если } x > 3 \\ \frac{x^3}{x^2 + 8}, & \text{если } x \leq 3 \end{cases}$$

$$14. F(x) = \begin{cases} -x^3 + 9, & \text{если } x \leq 13 \\ -\frac{3}{x + 1}, & \text{если } x > 13 \end{cases}$$

$$15. F(x) = \begin{cases} 45x^2 + 5, & \text{если } x > 3,6 \\ \frac{5x}{10x^2 + 1}, & \text{если } x \leq 3,6 \end{cases}$$

$$16. F(x) = \begin{cases} x^4 + 9, & \text{если } x < 3,2 \\ \frac{54x^4}{-5x^2 + 7}, & \text{если } x \geq 3,2 \end{cases}$$

$$17. F(x) = \begin{cases} 1,2x^2 - 3x - 9, & \text{если } x > 3 \\ \frac{12,1}{2x^2 + 1}, & \text{если } x \leq 3 \end{cases}$$

$$18. F(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + 9, & \text{если } x \leq 3 \\ \frac{\sin(x)}{x^2 - 9}, & \text{если } x > 3 \end{cases}$$

$$19. F(x) = \begin{cases} \cos(2x) + 9, & \text{если } x > -4 \\ -\frac{\cos(x)}{x - 9}, & \text{если } x \leq -4 \end{cases}$$

$$20. F(x) = \begin{cases} \ln(x) + 9, & \text{если } x > 0 \\ -\frac{x}{x^2 + 1}, & \text{если } x \leq 0 \end{cases}$$

$$21. F(x) = \begin{cases} -x^2 - 1,1x + 9, & \text{если } x \leq -3 \\ \frac{\ln(x + 3)}{x^2 + 9}, & \text{если } x > 3 \end{cases}$$

$$22. F(x) = \begin{cases} 9 - x, & \text{если } x > 1,1 \\ \frac{\sin(3x)}{x^4 + 1}, & \text{если } x \leq 1,1 \end{cases}$$

$$23. F(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{если } x \geq 7 \\ \frac{2^{-x}}{x^2 - 9}, & \text{если } x < 7 \end{cases}$$

$$24. F(x) = \begin{cases} -x^2 - 9, & \text{если } x > 13 \\ -\frac{x}{x^2 + 9}, & \text{если } x \leq 13 \end{cases}$$

$$25. F(x) = \begin{cases} x^3 - x^2, & \text{если } x \leq -1 \\ \frac{\ln(x)}{3}(x - 1), & \text{если } x > 1 \end{cases}$$

$$26. F(x) = \begin{cases} x^2 - 7x + 1, & \text{если } x \leq 3 \\ \frac{1}{x^3 - 7}, & \text{если } x > 3 \end{cases}$$

$$27. F(x) = \begin{cases} -x^2 - 4x + 2, & \text{если } x < 1 \\ \frac{\sin(x) - \cos(x)}{x}, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$$

$$28. F(x) = \begin{cases} x^2 + \sqrt{x}, & \text{если } x \geq 0 \\ \frac{1}{x^2 + 1}, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

$$29. F(x) = \begin{cases} -3x^3 + 9x, & \text{если } x \leq -7 \\ \frac{1}{x + 7}, & \text{если } x > -7 \end{cases}$$

$$30. F(x) = \begin{cases} 4 \cos(x), & \text{если } 0 \leq x \leq \pi \\ \sqrt[3]{x^2}, & \text{если } x < 0 \text{ или } x > \pi \end{cases}$$

$$31. F(x) = \begin{cases} \sin(x)^2 - \cos(x), & \text{если } x < 2\pi \text{ или } x > 0 \\ -1, & \text{если } 0 \leq x \leq 2\pi \end{cases}$$

$$32. F(x) = \begin{cases} |x + 1| - 1, & \text{если } -7 \leq x \leq 5 \\ \frac{(x + 1)^2}{6} + 11, & \text{если } x < -7 \text{ или } x > 5 \end{cases}$$

$$33. F(x) = \begin{cases} -|x + 1| + 11, & \text{если } -7 \leq x \leq 5 \\ \frac{(x + 1)^2}{6} - 1, & \text{если } x < -7 \text{ или } x > 5 \end{cases}$$

$$34. F(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 1, & \text{если } -3 \leq x \leq 1 \\ |x + 1|, & \text{если } x < -3 \text{ или } x > 1 \end{cases}$$

$$35. F(x) = \begin{cases} -|2x - 1| + 10, & \text{если } -2 \leq x \leq 3 \\ |2x - 1|, & \text{если } x < -2 \text{ или } x > 3 \end{cases}$$

$$36. F(x) = \begin{cases} |2x + \pi| - \pi, & \text{если } -\pi \leq x \leq 0 \\ \sin(x), & \text{если } x < -\pi \text{ или } x > 0 \end{cases}$$

$$37. F(x) = \begin{cases} -|2x - \pi| + \pi, & \text{если } 0 \leq x \leq \pi \\ \sin(x), & \text{если } x < 0 \text{ или } x > \pi \end{cases}$$

$$38. F(x) = \begin{cases} |x + 1| - 1, & \text{если } 0 \leq x \\ -|x - 1| + 1, & \text{если } 0 > x \end{cases}$$

$$39. F(x) = \begin{cases} |x + 1| - 1, & \text{если } 0 \leq x \\ -\sqrt{x^2 + 1} + 1, & \text{если } 0 > x \end{cases}$$

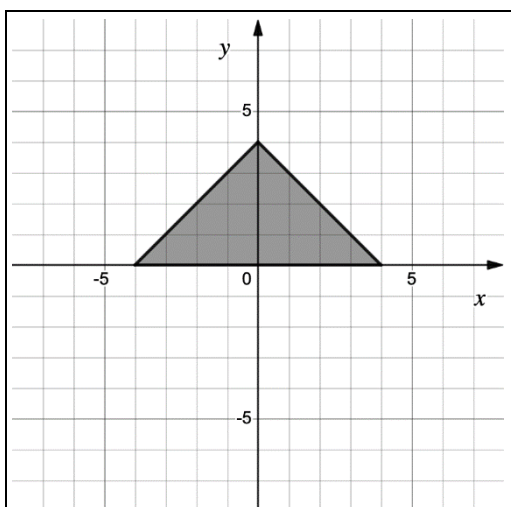
$$40. F(x) = \begin{cases} |x + 1| - 1, & \text{если } x < -1 \text{ или } x > 1 \\ x^3, & \text{если } -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

Задание № 2

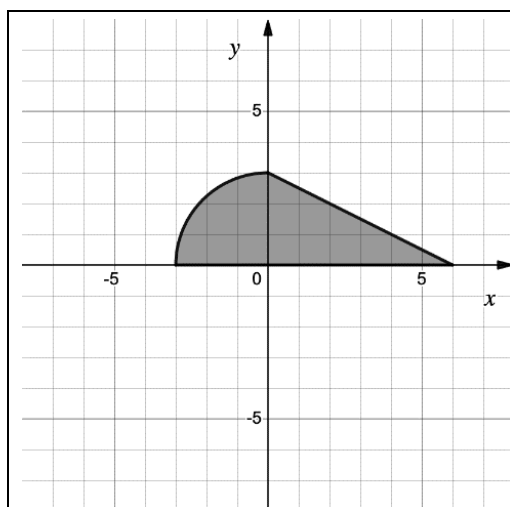
В соответствии с выданным вариантом составьте программу, которая печатает True, если точка с координатами (x, y) принадлежит закрашенной области, и False – в противном случае. Составьте блок-схему к программе.

Варианты к заданию №2

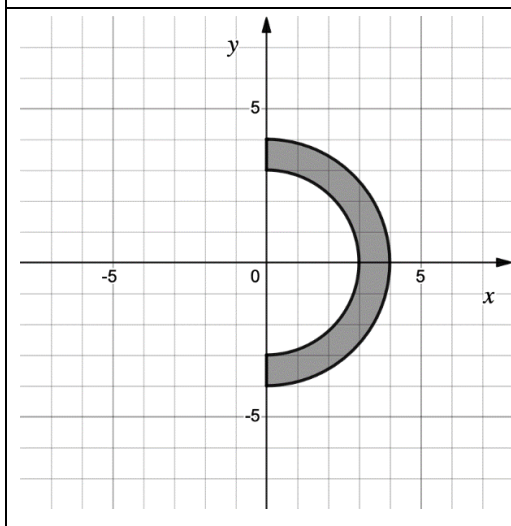
1.



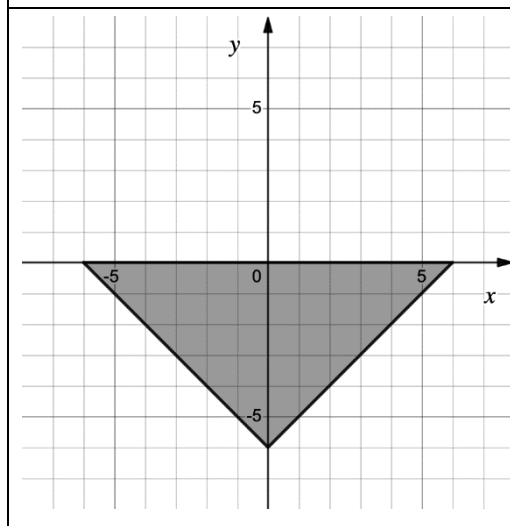
2.



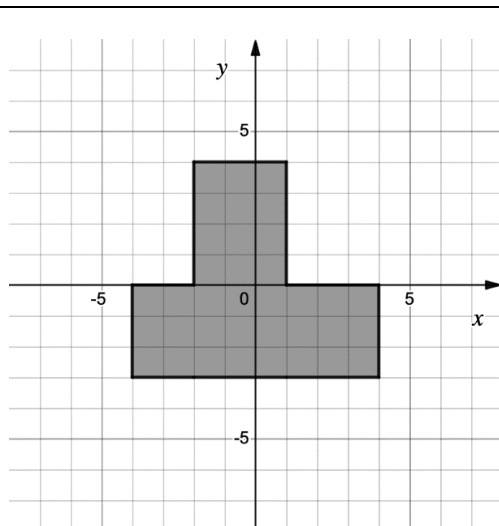
3.



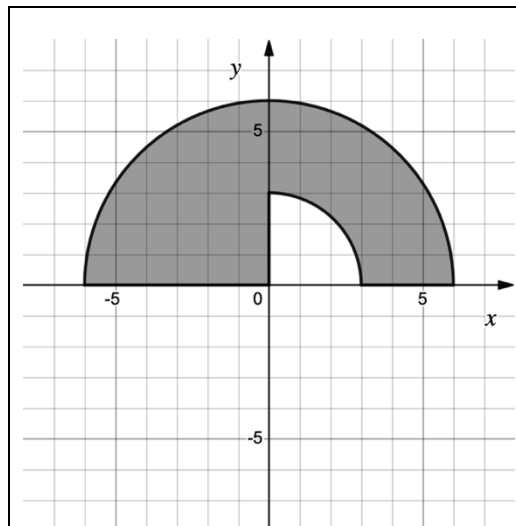
4.



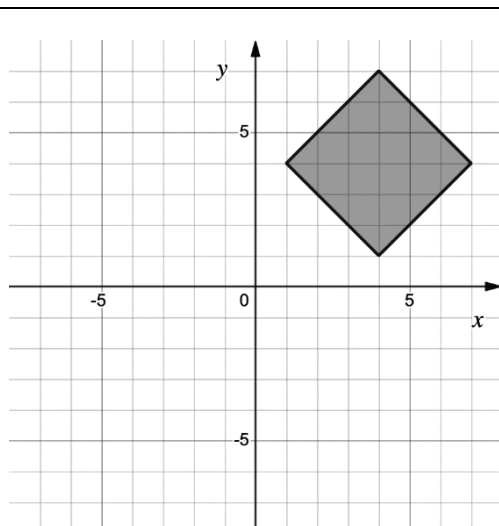
5.



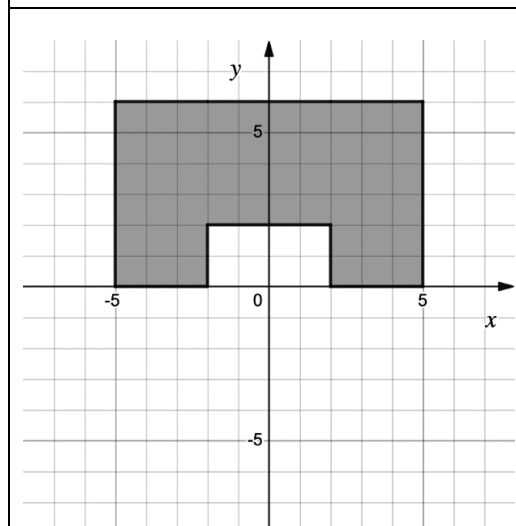
6.



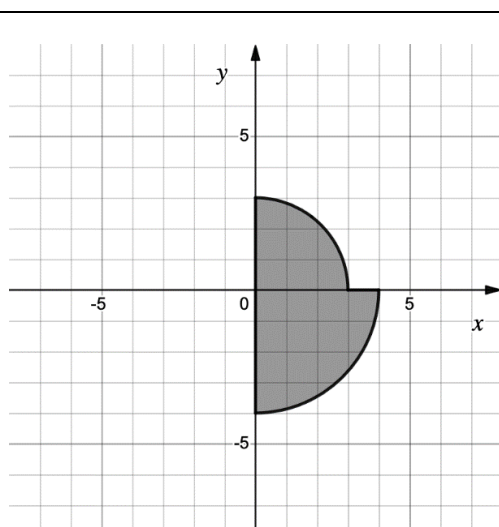
7.



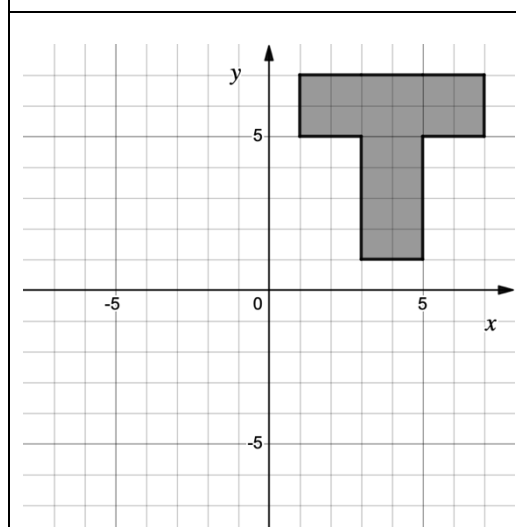
8.



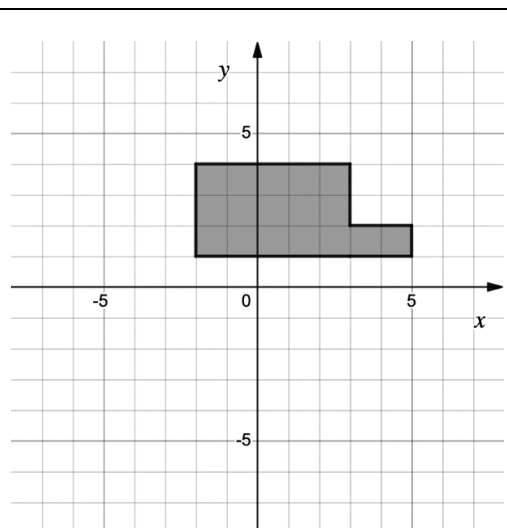
9.



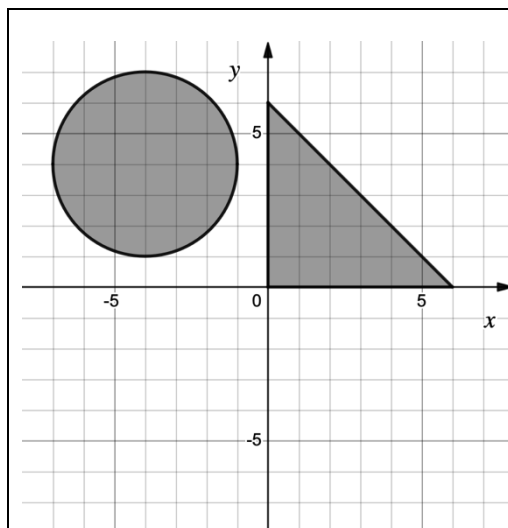
10.



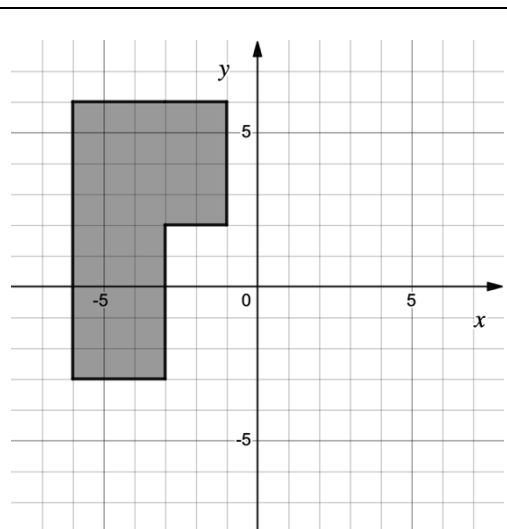
11.



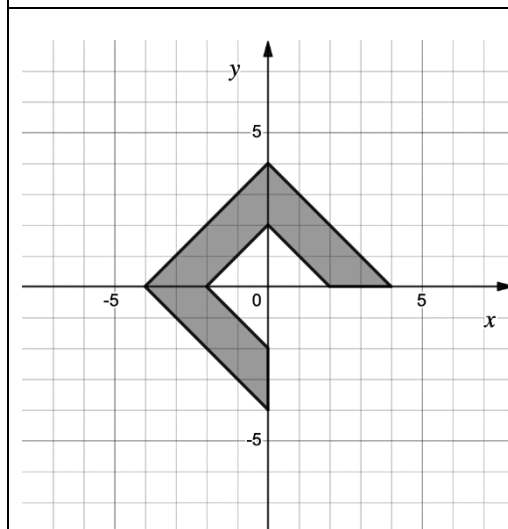
12.



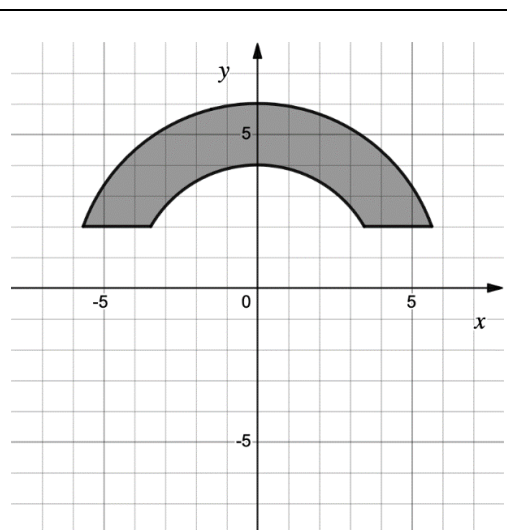
13.



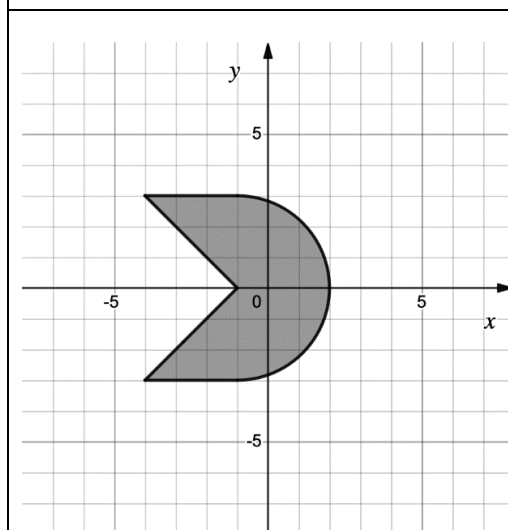
14.



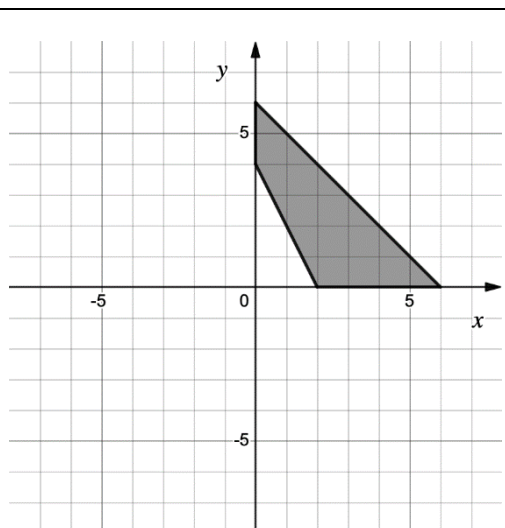
15.



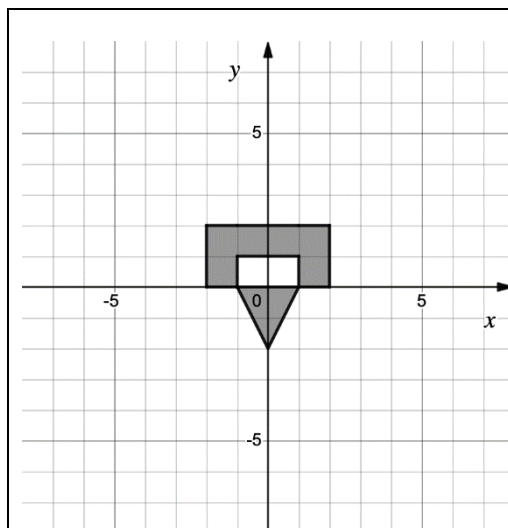
16.



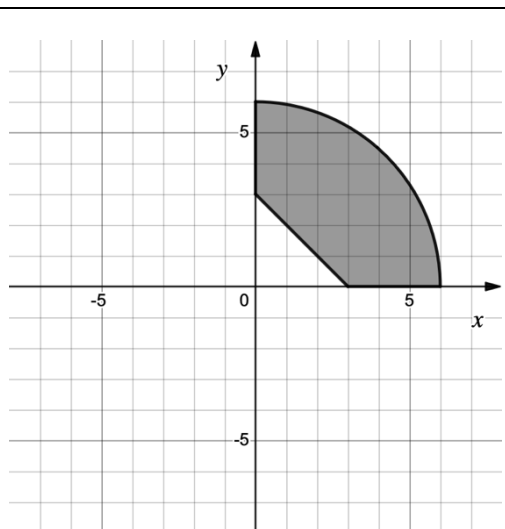
17.



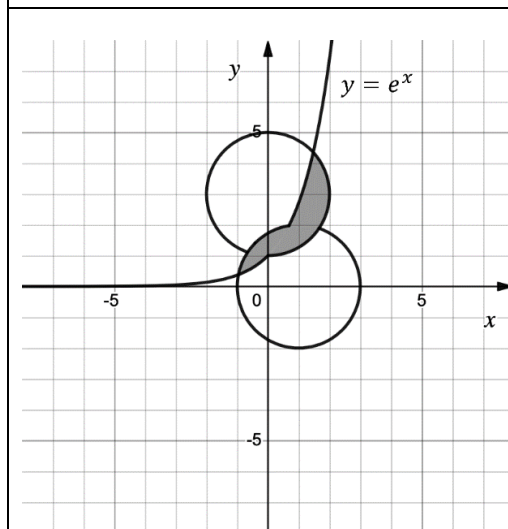
18.



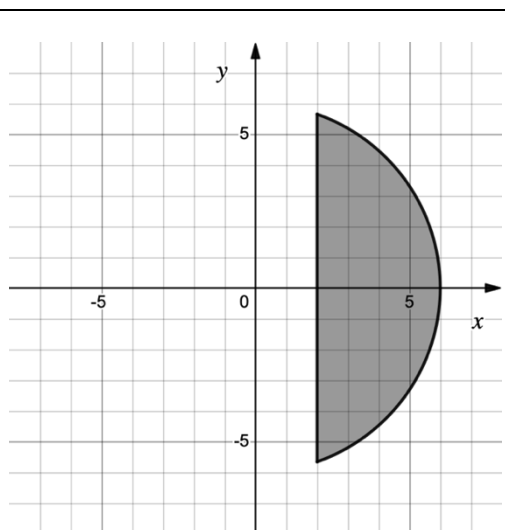
19.



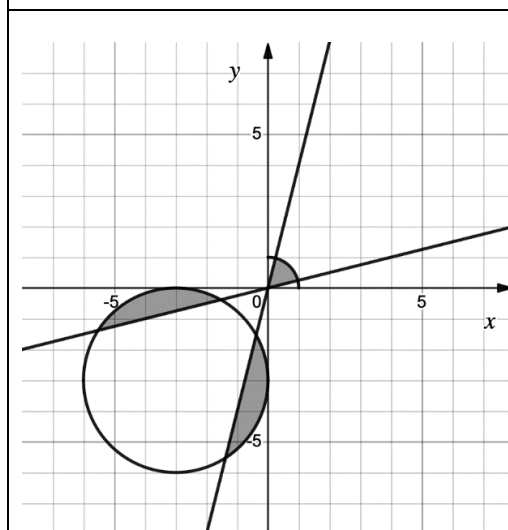
20.



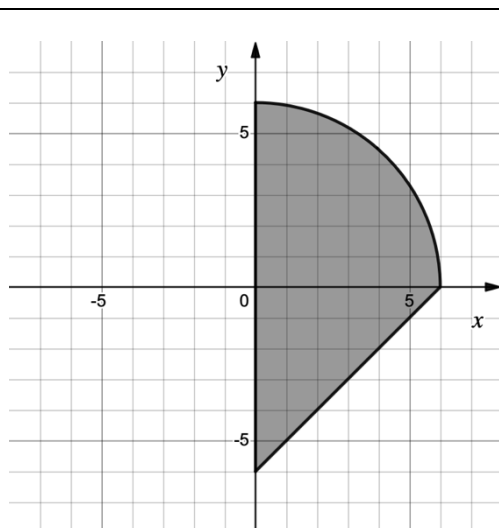
21.



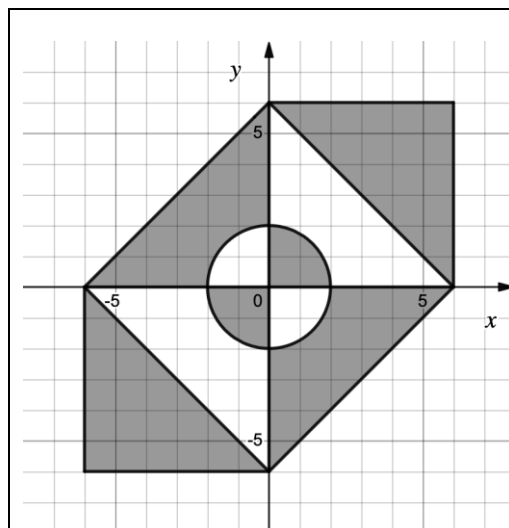
22.



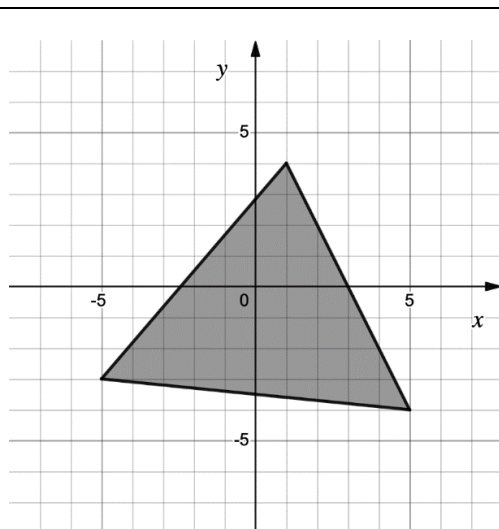
23.



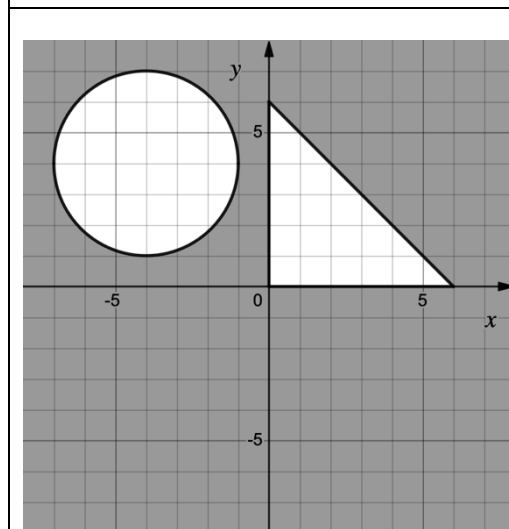
24.



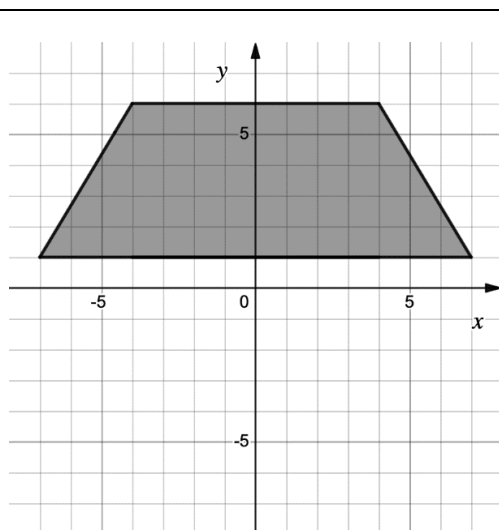
25.



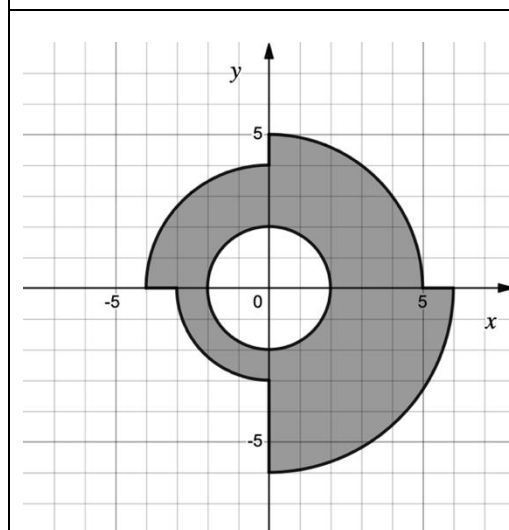
26.



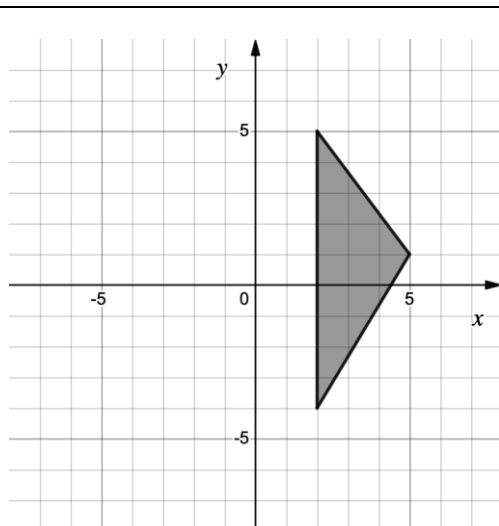
27.



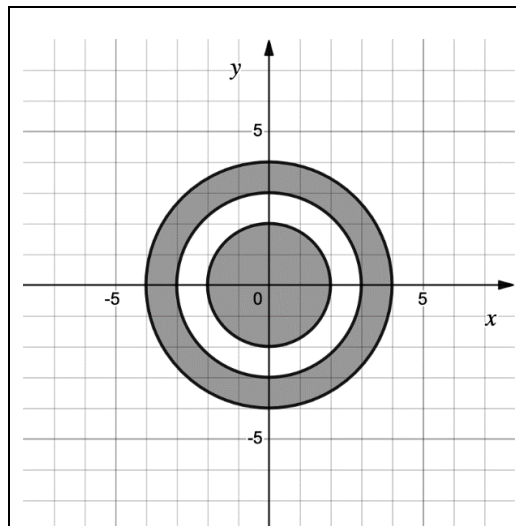
28.



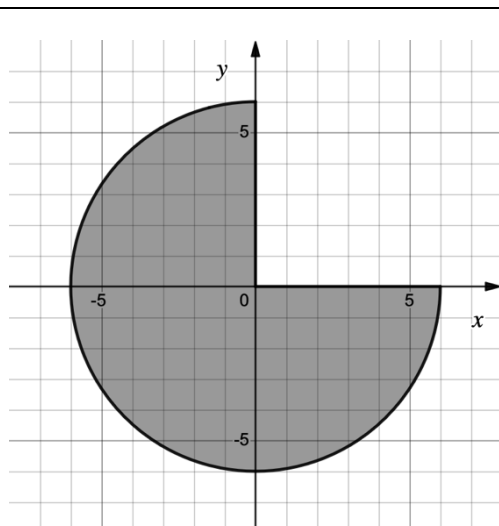
29.



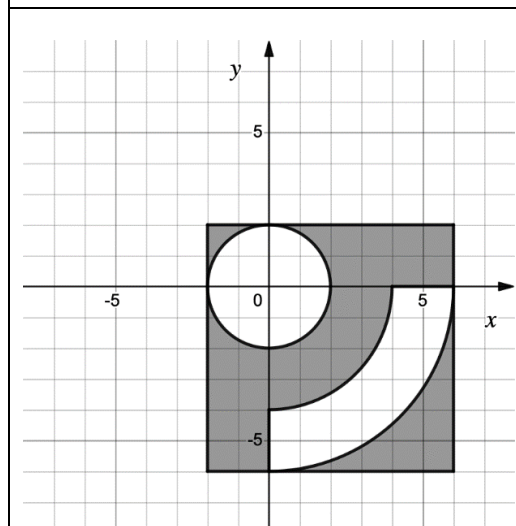
30.



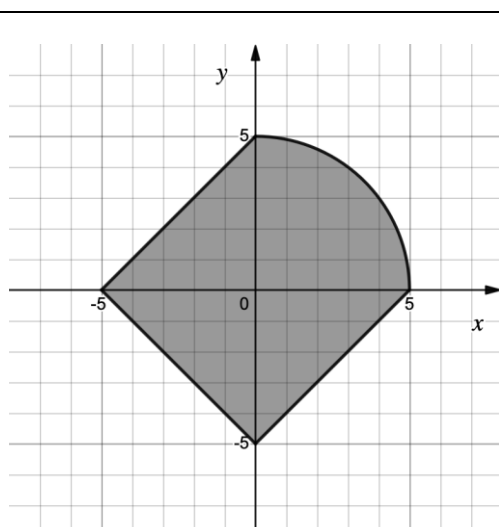
31.



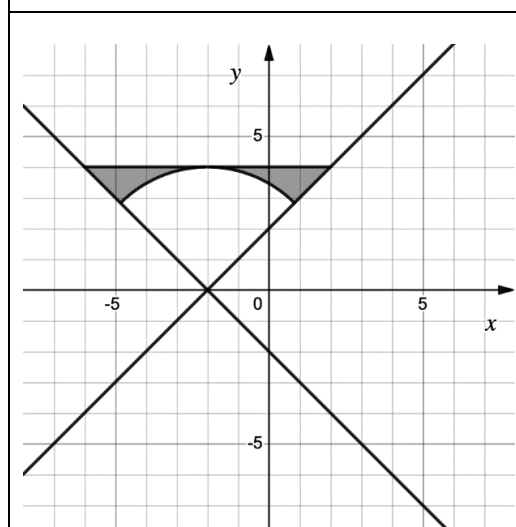
32.



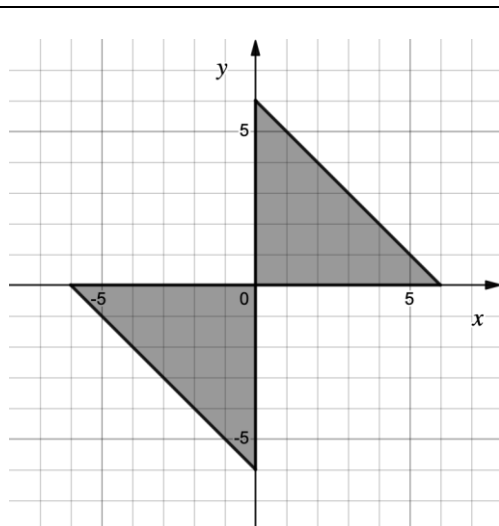
33.



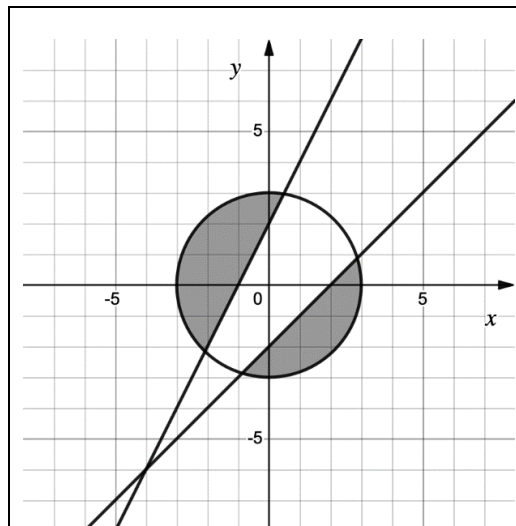
34.



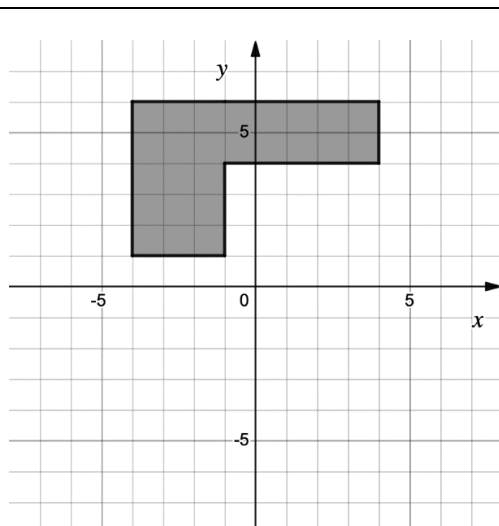
35.



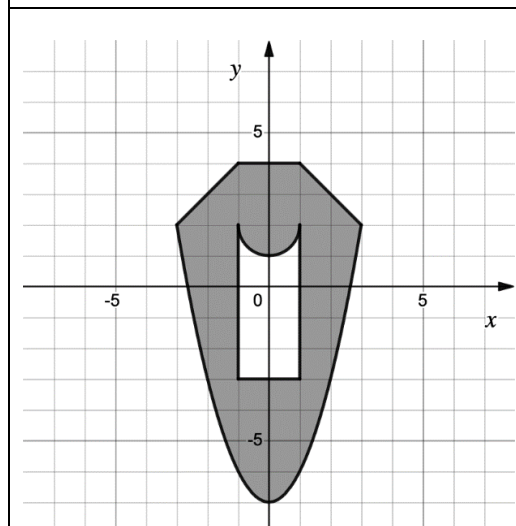
36.



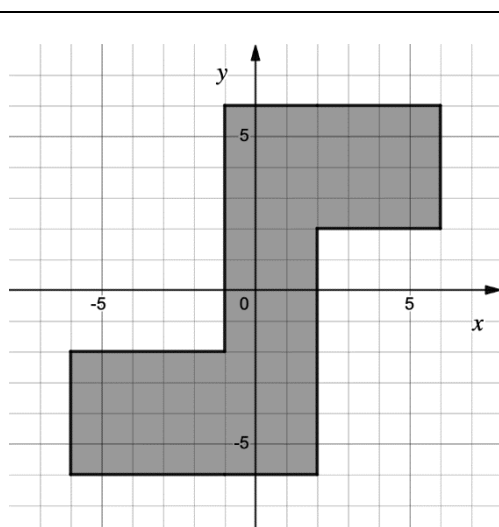
37.



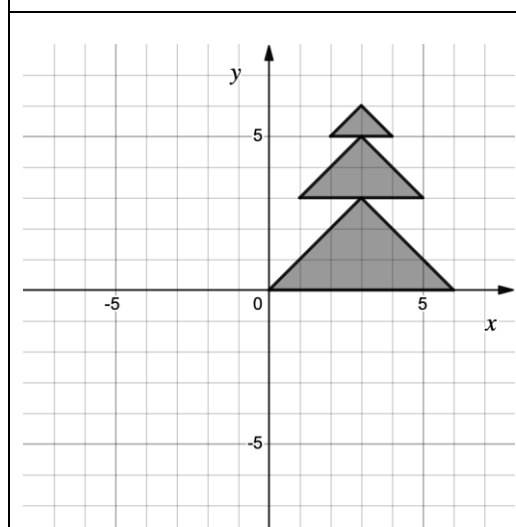
38.



39.



40.



Лабораторная работа № 4

ВЕТВЛЕНИЕ

Цель работы

Научиться составлять программы с вложенными структурами ветвления, а также блок-схемы к программам со вложенными операторами ветвления.

Задание № 1

Решите задачу в соответствии с выданным вариантом. Составьте блок-схему к программе.

Варианты к заданию № 1

1. Даны три действительных числа. Возведите в квадрат те из них, значения которых неотрицательны, и в четвертую степень – отрицательные.

2. Даны две точки $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$. Составьте алгоритм, определяющий, которая из точек находится ближе к началу координат.

3. Даны два угла треугольника (в градусах). Определите, существует ли такой треугольник, если да, то будет ли он прямоугольным.

4. Даны действительные числа x и y , не равные друг другу. Меньшее из этих двух чисел замените половиной их суммы, а большее – их удвоенным произведением.

5. На координатной плоскости задана точка A . Укажите, где она расположена (на какой оси или в каком координатном угле).

6. Даны целые числа m, n . Если числа не равны, то замените каждое из них одним и тем же числом, равным большему из исходных, а если равны, то замените числа нулями.

7. Подсчитайте количество отрицательных чисел среди чисел a, b, c .

8. Подсчитайте количество положительных чисел среди чисел a, b, c .

9. Подсчитайте количество целых чисел a, b, c .

10. Определите, делителем каких чисел a, b, c является число k .

11. Перераспределите значения переменных x и y так, чтобы в переменной x оказалось большее из этих значений, а в переменной y – меньшее.

12. Определите правильность даты, введенной с клавиатуры (число – от 1 до 31, месяц – от 1 до 12). Если введены некорректные данные, то сообщите об этом.

13. Напишите программу, которая анализирует данные о возрасте и относит человека к одной из четырех групп: дошкольник, ученик, работник, пенсионер. Возраст вводится с клавиатуры.

14. Напишите программу, которая анализирует данные о стаже работника и относит человека к одной из четырех групп: стажер, молодой специалист, основной работник, мастер. Стаж вводится с клавиатуры.

15. Составьте программу, определяющую, проходит ли график функции $y = ax^2 + bx + c$ через точку с координатами (x_1, x_2) .

16. Напишите программу-фильтр, которая при нажатии любых клавиш выводит на экран только буквы и цифры, при этом указывая, что выводится: буква или цифра.

17. Напишите программу нахождения суммы большего и меньшего из трех чисел.

18. Напишите программу, по длинам сторон распознающую среди всех треугольников ABC прямоугольные. Если таковых нет, то вычислите величину угла C .

19. Даны три числа a, b, c . Определите, какое из них равно d . Если ни одно не равно d , то найдите $\max(|d - a|, |d - b|, |d - c|)$.

20. Даны две точки $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$. Определите, лежат ли они в одной координатной четверти.

21. Даны три точки $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$. Определите, лежат ли они на одной прямой. Если нет, то вычислите $\angle ABC$.

22. Даны три точки $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$. Вычислите наибольший отрезок из отрезков AB, AC или BC .

23. Даны четыре точки $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3), D(x_4, y_4)$. Определите, является ли четырехугольник $ABCD$ квадратом.

24. Даны четыре точки $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3), D(x_4, y_4)$. Определите, являются ли прямые, проходящие через точки AB и CD , параллельными.

25. Даны четыре точки $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3), D(x_4, y_4)$. Определите, являются ли прямые, проходящие через точки AB и CD , перпендикулярными.

26. На оси OX расположены три точки a, b, c . Вычислите, какая из точек – b или c – расположена ближе к a .

27. Даны три положительных числа a , b , c . Проверьте, будут ли они сторонами треугольника. Если да, то вычислите площадь этого треугольника.

28. Напишите программу решения квадратного уравнения $y = ax^2 + bx + c$. Вычислите координаты вершины параболы, описываемой этим уравнением.

29. Дан круг радиусом R . Определите, поместится ли правильный треугольник со стороной a в этом круге.

30. Два прямоугольника, расположенных в первом квадранте, со сторонами, параллельными осям координат, заданы координатами своих левого верхнего и правого нижнего углов. Для первого прямоугольника это точки $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, 0)$, для второго – $C(x_3, y_3)$, $D(x_4, 0)$. Составьте программу, определяющую, пересекаются ли данные прямоугольники, и вычисляющую площадь общей части, если она существует.

31. Дано число x . Напечатайте в порядке возрастания числа: $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\ln(x)$. Если при каком-либо x некоторые из выражений не имеют смысла, выведите сообщение об этом и сравните значения только тех, которые имеют смысл.

32. Заданы размеры A , B прямоугольного отверстия и размеры x , y , z кирпича. Определите, пройдет ли кирпич через отверстие.

33. Составьте программу, которая переводит величины из радианной меры в градусную и наоборот. Программа должна запрашивать, какой перевод нужно осуществить, и выполнять указанное действие.

34. Напишите программу, которая по трем заданным числам определяет, является ли сумма каких-либо двух из них положительной.

35. Известно, что из четырех чисел a_1, a_2, a_3, a_4 одно отлично от трех других, равных между собой. Присвойте номер этого числа переменной n .

36. Напишите программу, которая по паролю будет определять уровень доступа сотрудника к секретной информации в базе данных. Доступ к базе имеют только шесть человек, разбитых на три группы по степени доступа. Они имеют следующие пароли: 9583, 1747 – доступны модули баз A , B , C ; 3331, 7922 – доступны модули баз B , C ; 9455, 8997 – доступен модуль базы C .

37. Определите взаимное расположение точки с координатами (x_0, y_0) и окружности радиусом R с центром в точке (x_1, y_1) .

38. Если сумма трех попарно различных действительных чисел X , Y , Z меньше единицы, то наименьшее из этих трех чисел замените полусуммой двух других; в противном случае замените меньшее из X , Y полусуммой двух оставшихся значений.

39. Если сумма трех попарно различных действительных чисел X , Y , Z меньше единицы, то наибольшее из этих трех чисел замените полусуммой двух других; в противном случае замените меньшее из X , Y полусуммой двух оставшихся значений.

40. Даны три числа X , Y , Z . Напишите программу, которая наименьшее из трех чисел сохранит в X , наибольшее сохранит в Z без использования дополнительных переменных.

Задание № 2

Решите задачу в соответствии с выданным вариантом. Составьте блок-схему к программе.

Варианты к заданию № 2

1. Напишите программу, которая по номеру дня недели (целому числу от 1 до 7) выдает в качестве результата количество занятий в вашей группе в этот день.

2. Напишите программу, позволяющую по последней цифре числа определить последнюю цифру его квадрата.

3. Составьте программу, которая по заданным году и номеру месяца m определяет количество дней в этом месяце.

4. Для каждой введенной цифры (0 – 9) выведите соответствующее ей название на английском языке (0 – zero, 1 – one, 2 – two, ...).

5. Составьте программу, которая по данному числу (1 – 12) выводит название соответствующего ему месяца.

6. Составьте программу, позволяющую получить словесное описание школьных отметок (1 – «плохо», 2 – «неудовлетворительно», 3 – «удовлетворительно», 4 – «хорошо», 5 – «отлично»).

7. Пусть элементами круга являются радиус (первый элемент), диаметр (второй элемент) и длина окружности (третий элемент). Составьте программу, которая по номеру элемента запрашивала бы его соответствующее значение и вычисляла бы площадь круга.

8. Пусть элементами равнобедренного прямоугольного треугольника являются: катет a (1), гипотенуза b (2), высота h (3), опущенная из вершины прямого угла на гипотенузу, площадь S (4).

Составьте программу, которая по заданному номеру и значению соответствующего элемента вычисляла бы значение всех остальных элементов треугольника.

9. Напишите программу, которая по номеру месяца выдает название следующего за ним месяца.

Пример: 1 (месяц – январь). *Ответ:* февраль (следующий за январем месяц).

10. Напишите программу, которая бы по введенному номеру времени года (1 – зима, 2 – весна, 3 – лето, 4 – осень) выдавала соответствующие этому времени года месяцы и количество дней в каждом из месяцев.

11. В китайском календаре был принят 12-летний цикл. Годы внутри цикла носили названия животных: крысы, быка, тигра, кролика, дракона, змеи, лошади, овцы (козы), обезьяны, петуха, собаки и свиньи. Напишите программу, которая вводит номер некоторого года и печатает его название по китайскому календарю.

(Справка: 1996 г. – год Крысы – начало очередного цикла.)

12. Для целого числа k от 1 до 99 напечатайте фразу «Мне k лет», учитывая при этом, что при некоторых значениях k слово «лет» надо заменить на слово «год» или «года». Например: «Мне 11 лет», «Мне 22 года», «Мне 51 год».

13. Напишите программу, которая по введенному номеру единицы измерения (1 – дециметр, 2 – километр, 3 – метр, 4 – миллиметр, 5 – сантиметр) и длине отрезка L выдавала бы соответствующее значение длины отрезка в метрах.

14. Напишите программу, которая по вводимому числу от 1 до 11 (номеру класса) выдает соответствующее сообщение «Привет, k -классник». Например: «Привет, первоклассник», «Привет, четвероклассник».

15. Напишите программу, которая по введенному числу от 1 до 12 (номеру месяца) выдает все приходящиеся на этот месяц праздничные дни (например, если введено число 1, то должно получиться «1 января – Новый год, 7 января – Рождество»).

16. Дано натуральное число N . Если оно делится на 4, выведите на экран ответ $N = 4k$ (где k – соответствующее частное); если остаток

от деления на 4 равен 1 – $N = 4k + 1$; если остаток от деления на 4 равен 2 – $N = 4k + 2$; если остаток от деления на 4 равен 3 – $N = 4k + 3$. Например: $12 = 4 \cdot 3$, $22 = 4 \cdot 5 + 2$.

17. Имеется пронумерованный список деталей: шуруп (1), гайка (2), винт (3), гвоздь (4), болт (5). Составьте программу, которая по номеру детали выводит на экран ее название.

18. Составьте программу, позволяющую по последней цифре данного числа определить последнюю цифру куба этого числа.

19. Составьте программу, которая для любого натурального числа печатает количество цифр в записи этого числа.

20. Даны два действительных положительных числа. Арифметические действия над числами пронумерованы (1 – сложение, 2 – вычитание, 3 – умножение, 4 – деление). Составьте программу, которая по введенному номеру выполняет то или иное действие над числами.

21. Напишите программу, которая по введенному номеру единицы измерения (1 – килограмм, 2 – миллиграмм, 3 – грамм, 4 – тонна, 5 – центнер) и массе M выдавала бы соответствующее значение массы в килограммах.

22. Пусть элементами равностороннего треугольника являются: сторона a (1), площадь S (2), высота h (3), радиус вписанной окружности r (4), радиус описанной окружности R (5).

Составьте программу, которая по заданному номеру и значению соответствующего элемента вычисляла бы значение всех остальных элементов треугольника.

23. Составьте программу для определения подходящего возраста кандидатуры для вступления в брак, используя следующее соображение: возраст девушки равен половине возраста мужчины плюс 7, возраст мужчины определяется соответственно как удвоенный возраст девушки минус 14.

24. Найдите произведение цифр заданного числа.

25. Напишите программу, которая читает натуральное число в десятичном представлении, а на выходе выдает это же число в десятичном представлении и на естественном языке.

Пример: 7 – семь, 204 – двести четыре, 52 – пятьдесят два.

26. Вычислите номер дня в невисокосном году по заданным числу и месяцу.

Лабораторная работа № 5

ЦИКЛЫ. ТАБУЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ

Цель работы

Получить навыки реализации циклических задач на языке программирования Python.

Задание № 1

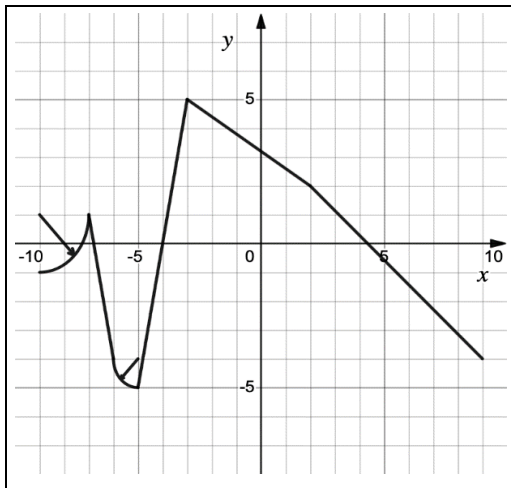
Составьте программу табулирования функции с шагом h , используя цикл с предусловием `While`, в соответствии с выданным вариантом. Составьте блок-схему к программе.

Задание № 2

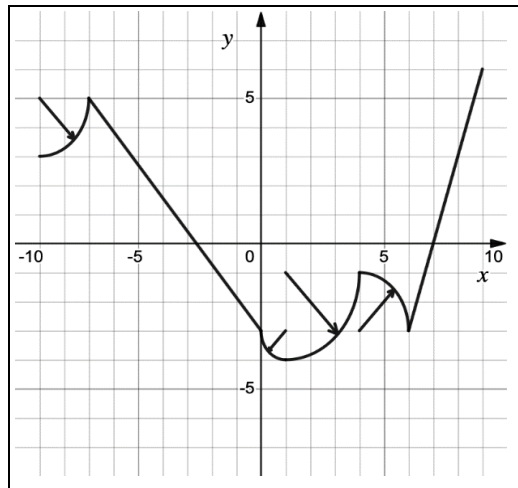
Составьте программу табулирования функции с шагом h , используя цикл со счетчиком `For`, в соответствии с выданным вариантом. Составьте блок-схему к программе.

Варианты к заданиям № 1 – 2

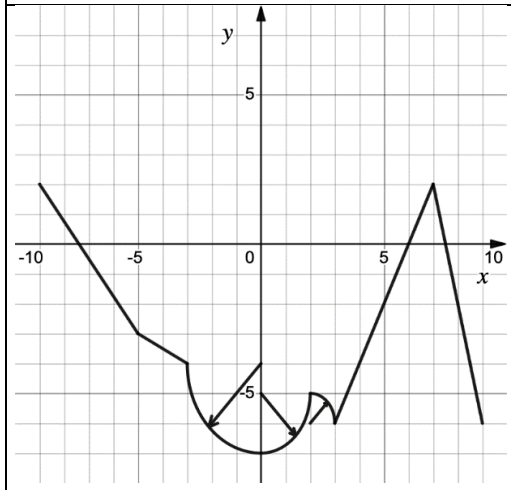
1.



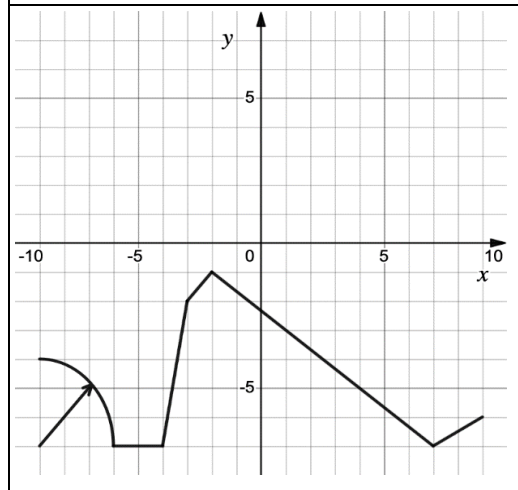
2.



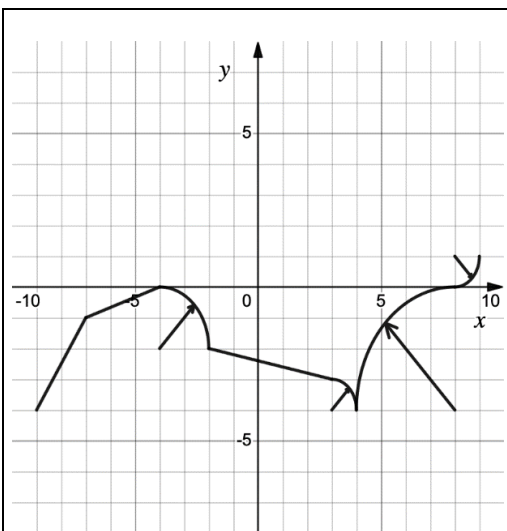
3.



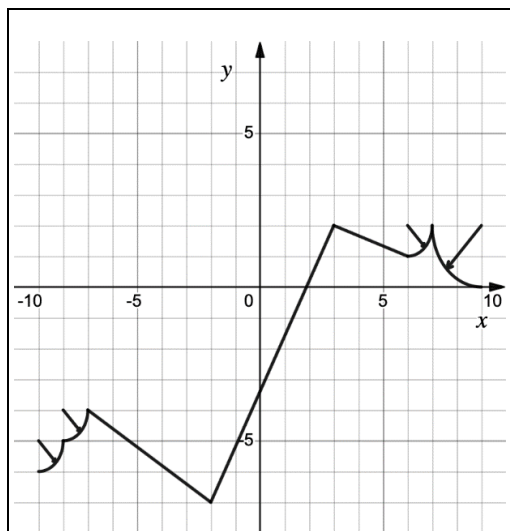
4.



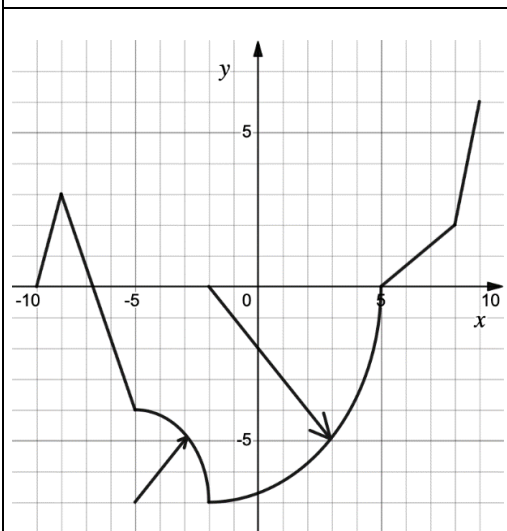
5.



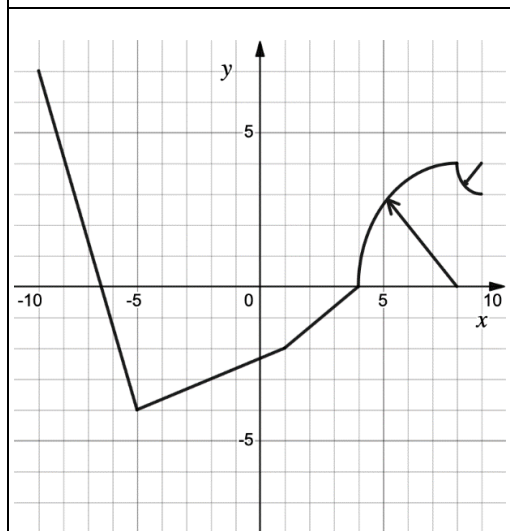
6.



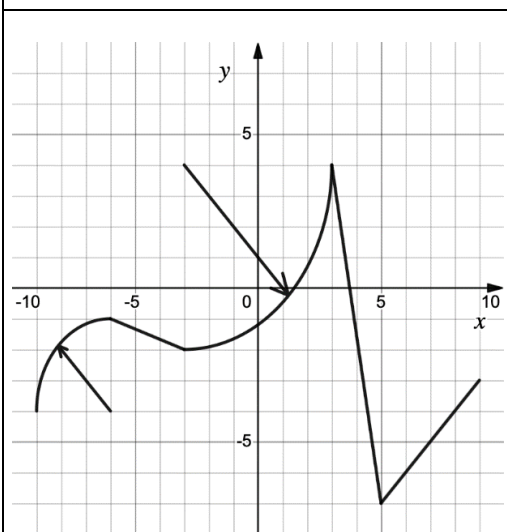
7.



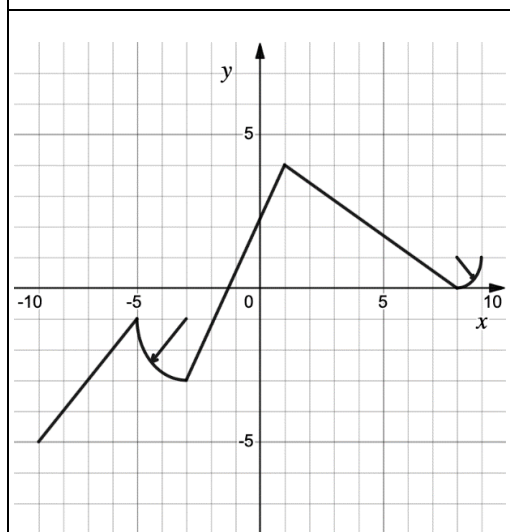
8.



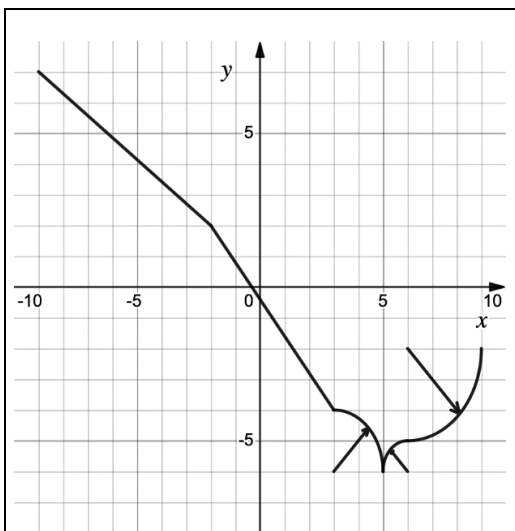
9.



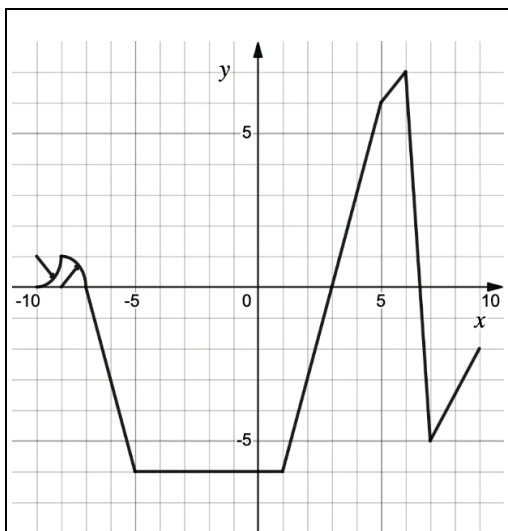
10.



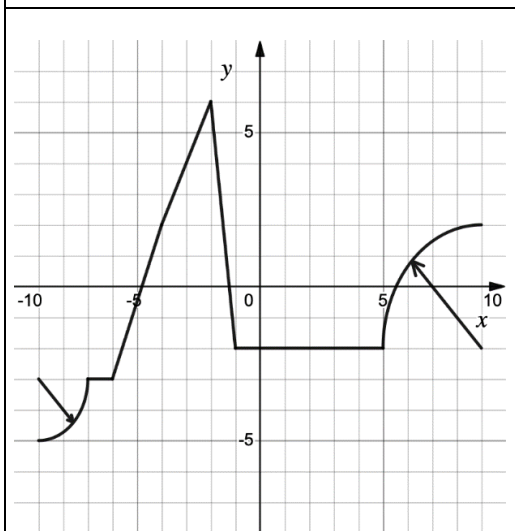
11.



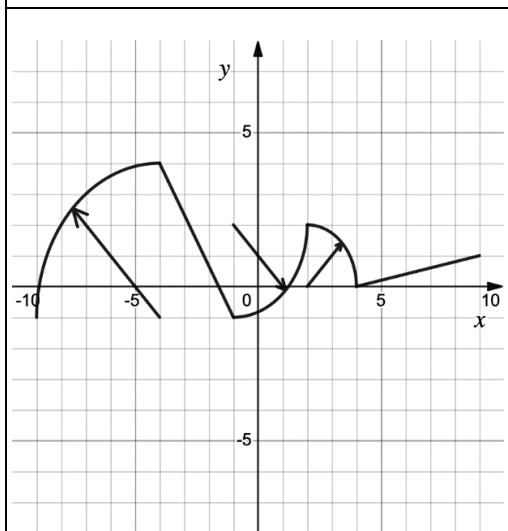
12.



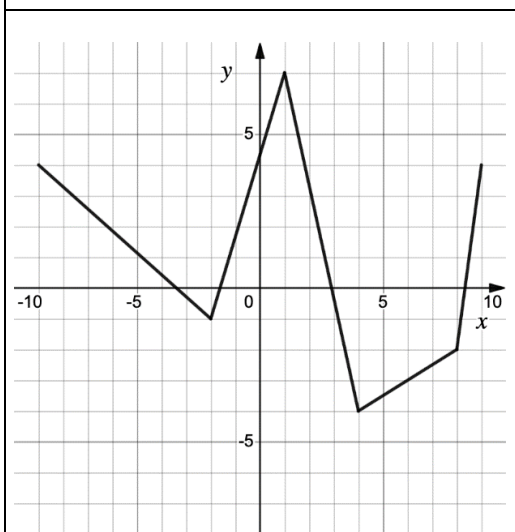
13.



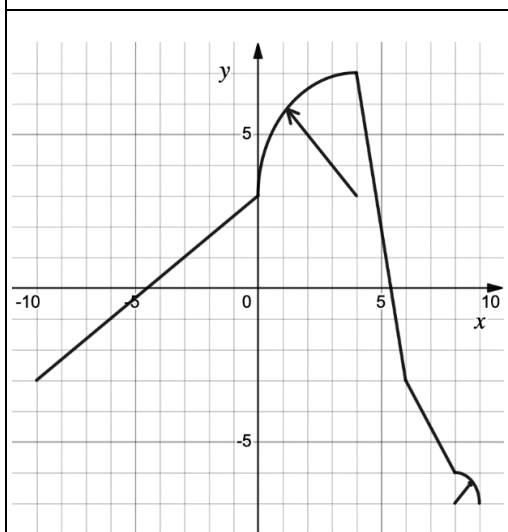
14.



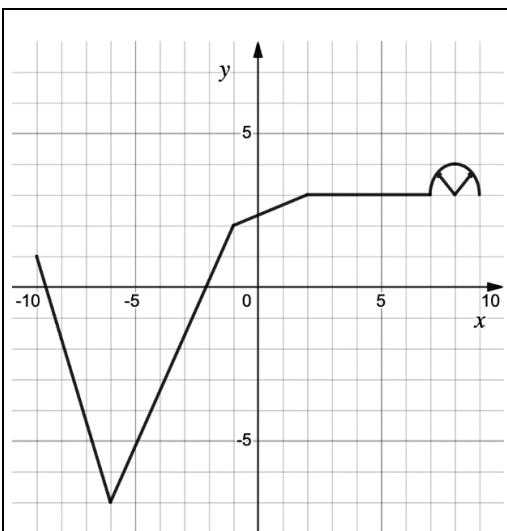
15.



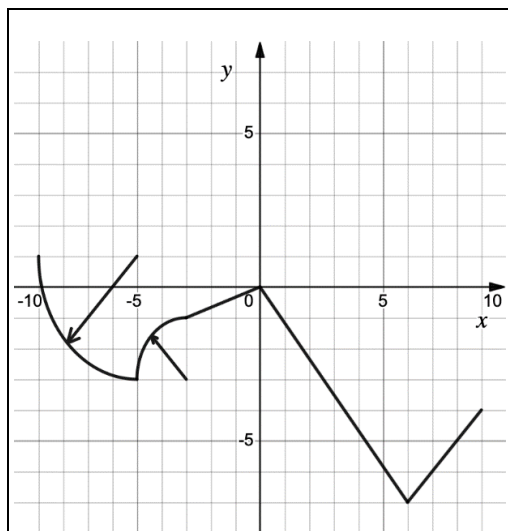
16.



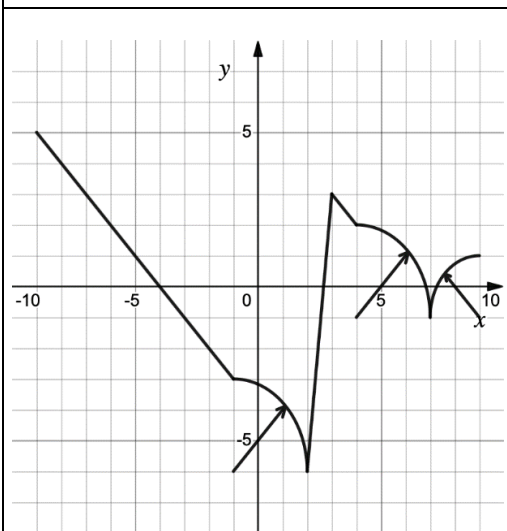
17.



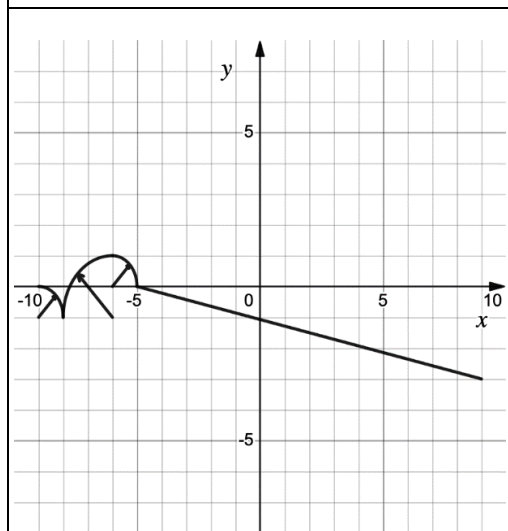
18.



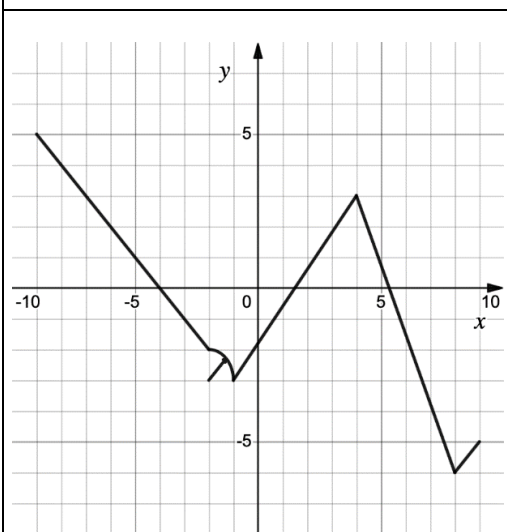
19.



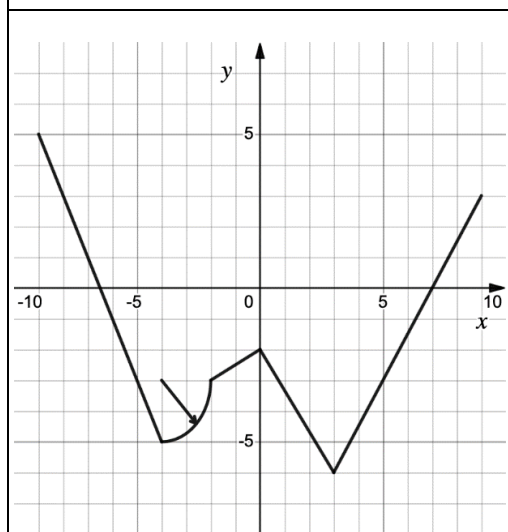
20.



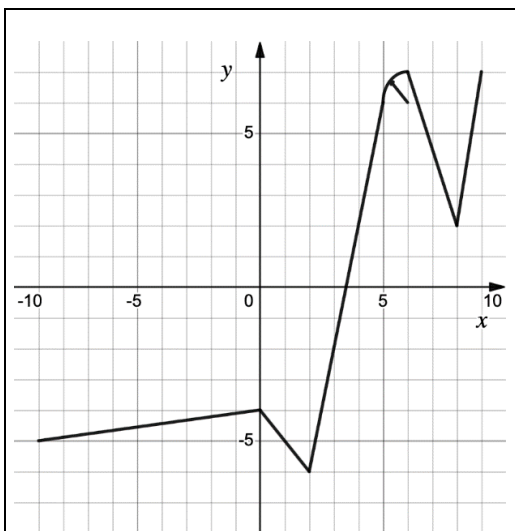
21.



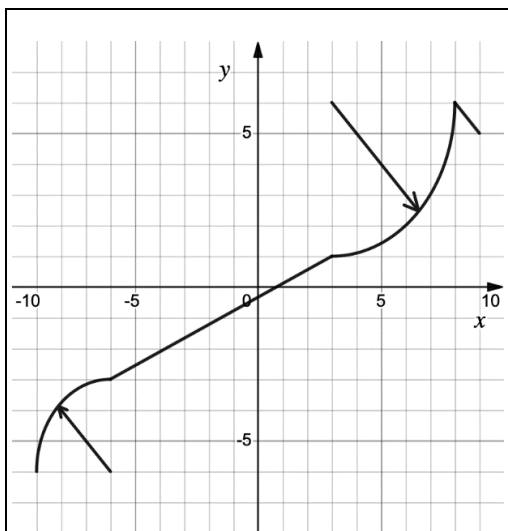
22.



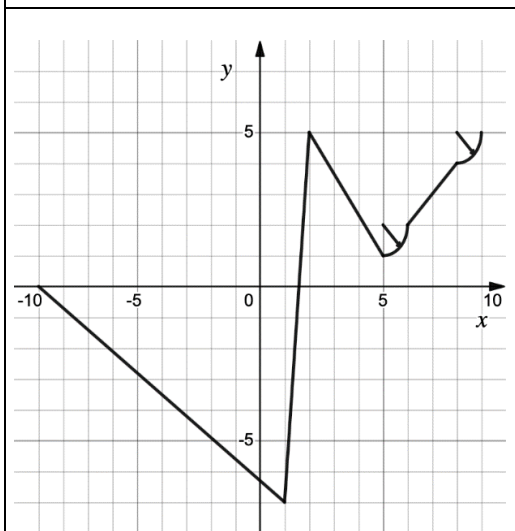
23.



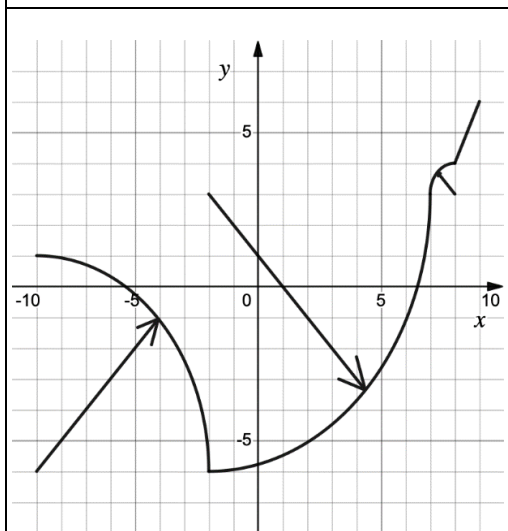
24.



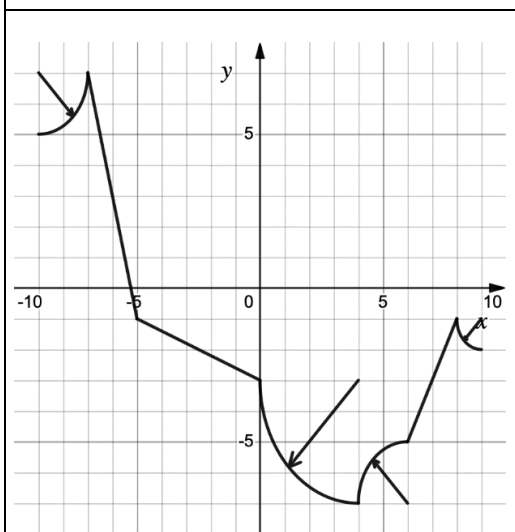
25.



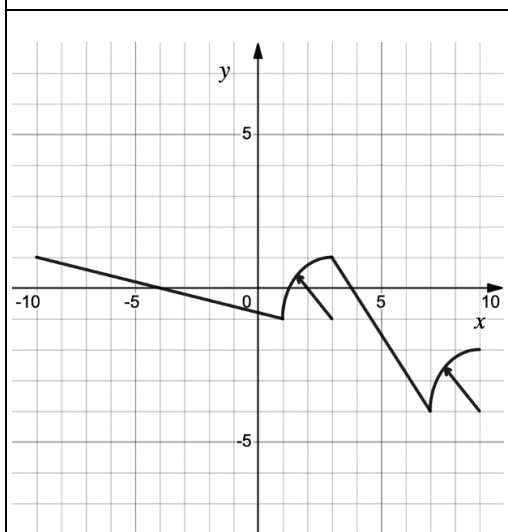
26.



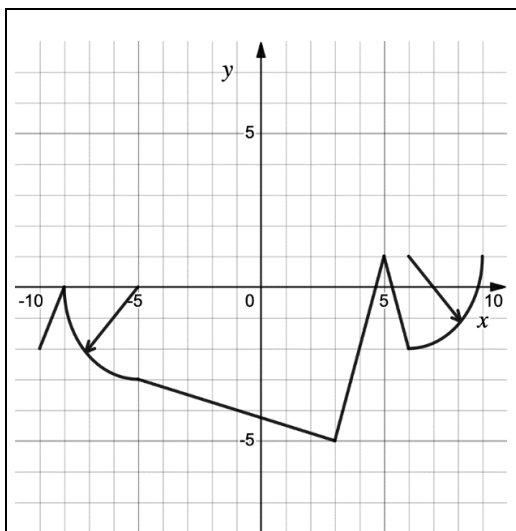
27.



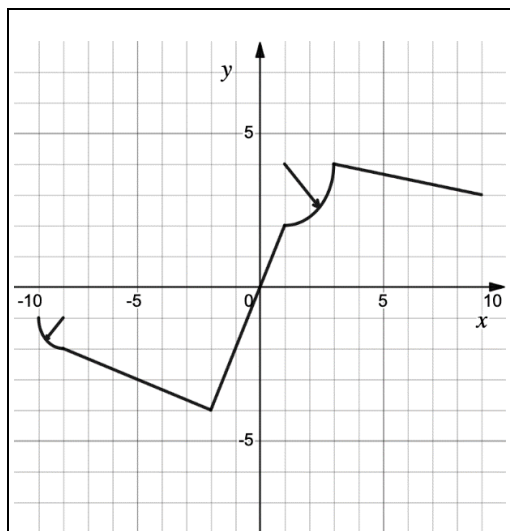
28.



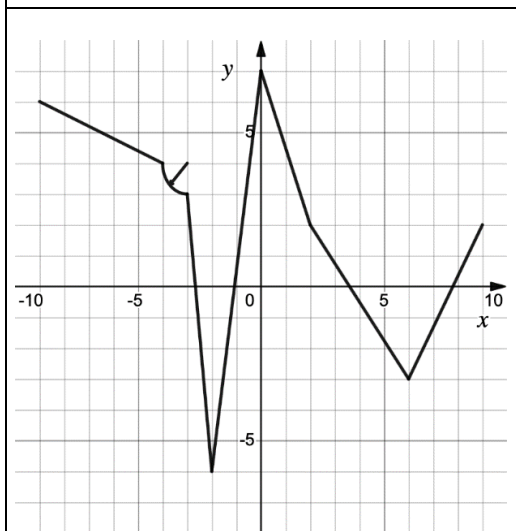
29.



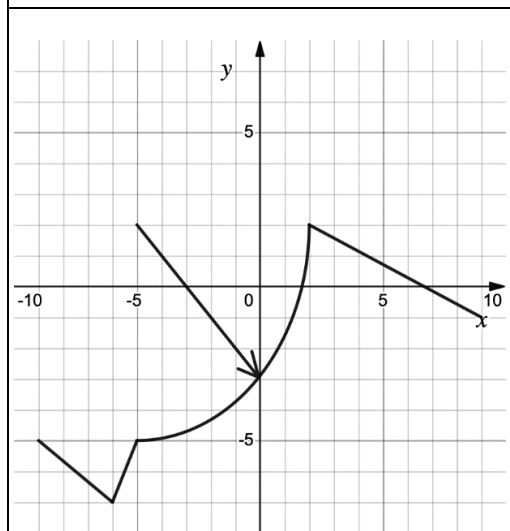
30.



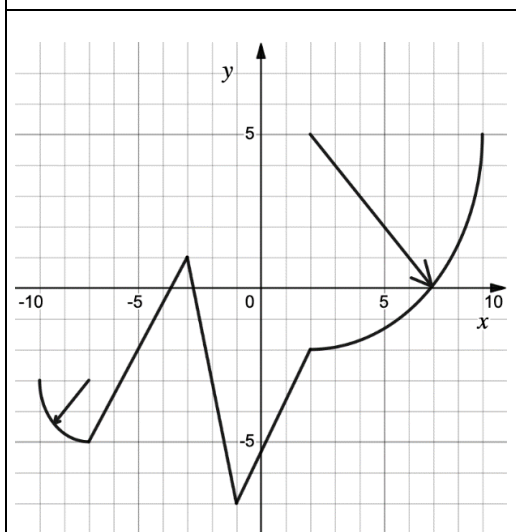
31.



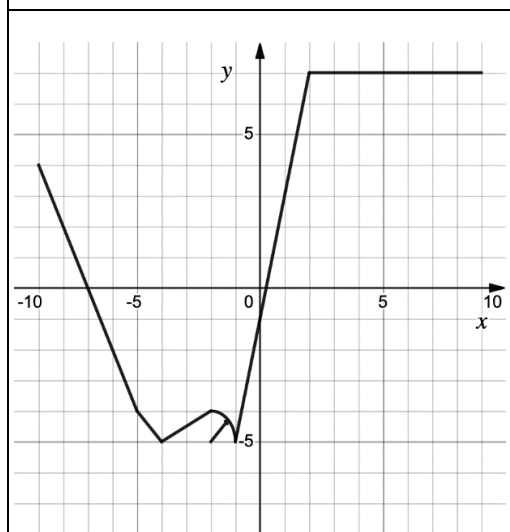
32.



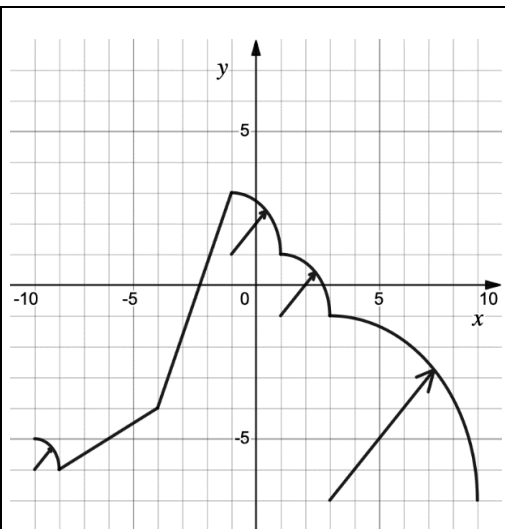
33.



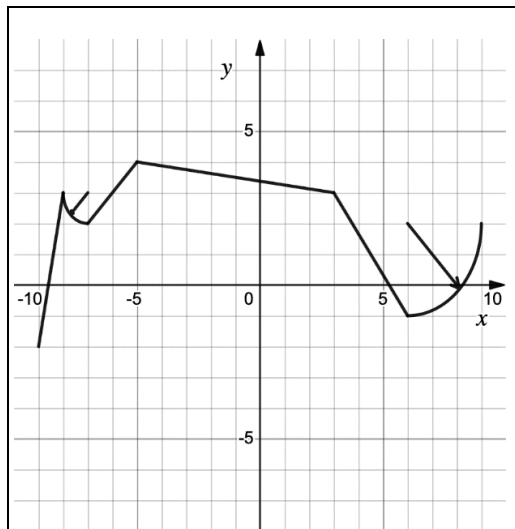
34.



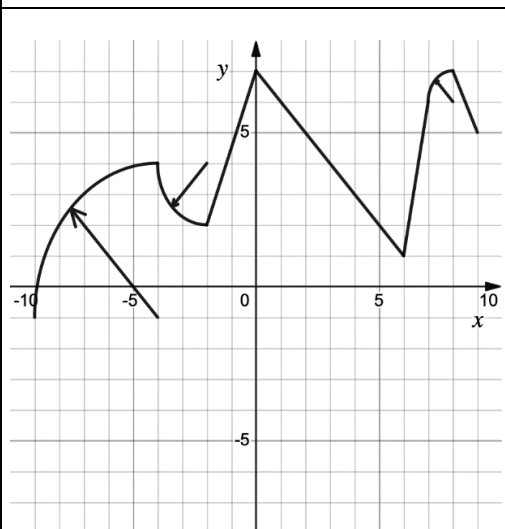
35.



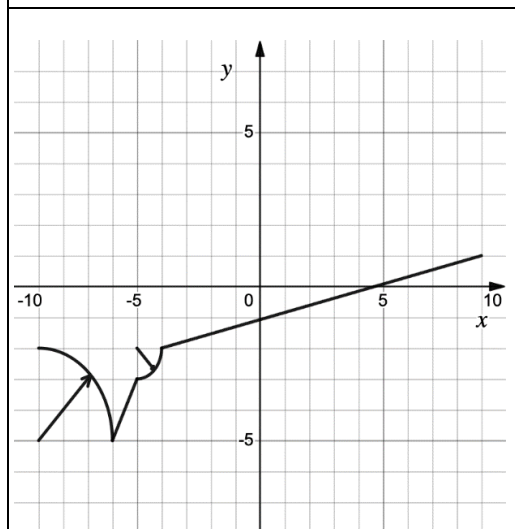
36.



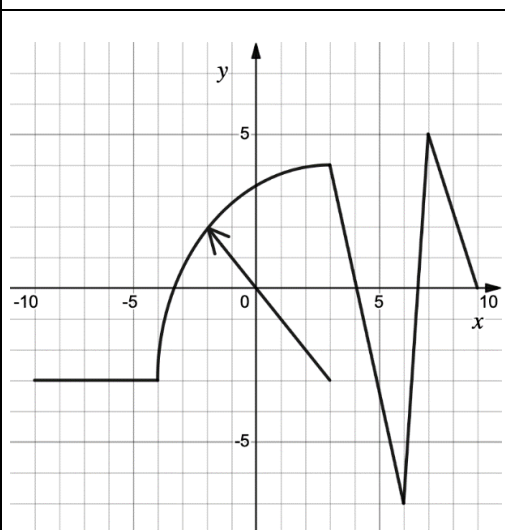
37.



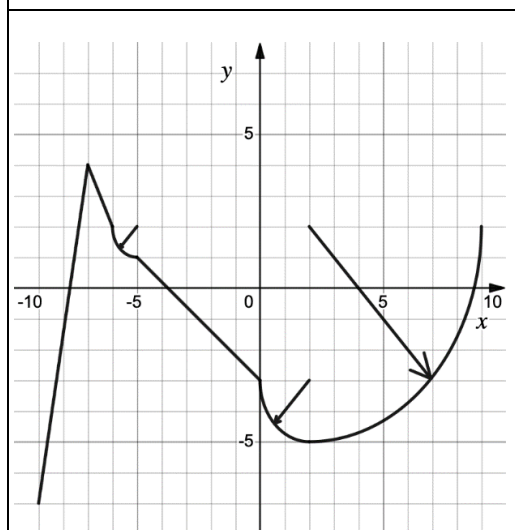
38.



39.



40.



Лабораторная работа № 6

ЦИКЛЫ. ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

Цель работы

Получить навыки решения задач с использованием циклических конструкций на языке программирования Python.

Задание

Решите задачу в соответствии с выданным вариантом. Составьте блок-схему к программе.

Варианты к заданию

1. Имеется серия измерений элементов треугольника. Группы элементов пронумерованы. В серии в произвольном порядке могут встречаться следующие группы элементов треугольника: основание и высота (1), две стороны и угол между ними (угол задан в радианах) (2), три стороны (3).

Разработайте программу, которая запрашивает номер группы элементов и соответствующие элементы, а также вычисляет площадь треугольника. Прекратите вычисления, если в качестве номера группы введён 0.

2. Начав тренировки, спортсмен в первый день пробежал 10 км. Каждый день он увеличивал дневную норму на 10 % от нормы предыдущего дня. Какой суммарный путь пробежал спортсмен за 7 дней?

3. Одноклеточная амеба каждые 3 часа делится на 2 клетки. Определите, сколько амеб будет через 3, 6, 9, 12, ..., 24 часа.

4. Около стены наклонно стоит палка длиной x метров. Один ее конец находится на расстоянии y метров от стены. Определите значение угла α между палкой и полом для значений $x = k$ метров и y , изменяющегося от 2 до 3 метров с шагом h метров.

5. У гусей и кроликов вместе 64 лапы. Сколько может быть кроликов и гусей (укажите все сочетания)?

6. Составьте алгоритм решения задачи: сколько можно купить быков, коров и телят, платя за быка 10 руб., за корову – 5 руб., а за теленка – 0,5 руб., если на 100 руб. надо купить 100 голов скота?

7. Докажите (путем перебора возможных значений), что для любых величин A, B, C типа Boolean следующие пары логических выражений имеют одинаковые значения (эквивалентны):

- а) $(A \text{ or } B)$ и $(B \text{ or } A)$;
- б) $(A \text{ and } (B \text{ or } C))$ и $((A \text{ and } B) \text{ or } (A \text{ and } C))$.

8. Докажите (путем перебора возможных значений), что для любых величин A, B, C типа Boolean следующие пары логических выражений имеют одинаковые значения (эквивалентны):

- а) $(A \text{ or } B) \text{ or } C$ и $A \text{ or } (B \text{ or } C)$;
- б) $(A \text{ and } B) \text{ and } C$ и $A \text{ and } (B \text{ and } C)$.

9. Докажите (путем перебора возможных значений), что для любых величин A, B, C типа Boolean следующие пары логических выражений имеют одинаковые значения (эквивалентны):

- а) $A \text{ and } (A \text{ or } B \text{ or } C)$ и A ;
- б) $A \text{ or } (A \text{ and } B \text{ and } C)$ и A .

10. Докажите (путем перебора возможных значений), что для любых величин A, B, C типа Boolean следующие пары логических выражений имеют одинаковые значения (эквивалентны):

- а) $A \text{ or } B$ и $A \text{ or } B \text{ or } A \text{ and } B$;
- б) $A \text{ or } B \text{ or } C$ и $A \text{ or } B \text{ or } C \text{ or } A \text{ and } B \text{ or } A \text{ and } C \text{ or } B \text{ and } C$.

11. Составьте программу для проверки утверждения: «Результатами вычислений по формуле $x^2 + x + 17$ при $0 \leq x \leq 15$ являются простые числа». Все результаты выведите на экран.

12. Составьте программу для проверки утверждения: «Результатами вычислений по формуле $x^2 + x + 41$ при $0 \leq x \leq 40$ являются простые числа». Все результаты выведите на экран.

13. Составьте программу – генератор простых чисел. В основу положите формулу $2x^2 + 29$ при $0 \leq x \leq 28$.

14. Составьте программу – генератор простых чисел. В основу положите формулу $\frac{2^{2x+1} + 1}{3}$, при $1 \leq x \leq 36$.

15. Составьте программу – генератор чисел Пифагора a, b, c ($c^2 = a^2 + b^2$). В основу положите формулы: $a = m^2 - n^2$, $b = 2mn$, $c = m^2 + n^2$ (m, n – натуральные числа, $1 < m < k$, $1 < n < k$, k – данное число). Результат выведите на экран в виде таблицы из пяти столбцов: m, n, a, b, c .

16. Покупатель должен заплатить в кассу N рублей. У него имеются купюры по 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000 и 10 000 руб. Сколько купюр разного достоинства отдаст покупатель, если он сначала платит самыми крупными купюрами?

17. Ежемесячная стипендия студента составляет A рублей, а расходы на проживание превышают стипендию и составляют B рублей в месяц. Из-за роста цен расходы ежемесячно увеличиваются на 3 %. Составьте программу расчета суммы денег, которую необходимо единовременно попросить у родителей, чтобы можно было прожить учебный год (10 месяцев), используя только эти деньги и стипендию.

18. Составьте программу, которая печатает таблицу умножения и сложения натуральных чисел в десятичной системе счисления.

19. Составьте программу, которая печатает таблицу умножения и сложения натуральных чисел в шестнадцатеричной системе счисления.

20. Найдите сумму всех n -значных чисел ($1 < n < 4$).

21. Найдите сумму всех n -значных чисел, кратных k ($1 < n < 4$).

22. Покажите, что для всех $n = 1, 2, 3, \dots, N$ $(1^5 + 2^5 + \dots + n^5) + (1^7 + 2^7 + \dots + n^7) = 2(1 + 2 + \dots + n)^4$.

23. Замените буквы цифрами так, чтобы соотношение оказалось верным (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным – разные): $XPUCT * ГРОХОТ = P P P P P P P P P P$

24. Составьте программу, которая запрашивает пароль (например, четырехзначное число) до тех пор, пока он не будет введен верно.

25. Составьте программу, которая находит наибольшее значение отношения трехзначного числа к сумме его цифр.

26. Вычислите сумму кодов всех символов, которые в цикле вводятся с клавиатуры до нажатия на клавишу Escape.

27. Вычислите количество точек с целочисленными координатами, находящихся в круге радиусом R ($R > 0$).

28. Напечатайте в возрастающем порядке все трехзначные числа, в десятичной записи которых нет одинаковых цифр (операции деления и нахождения остатка от деления не использовать).

29. Выведите на дисплей календарь на текущий год.

30. Составьте алгоритм решения ребуса $РАДАР = (P + A + D)^4$ (различные буквы обозначают различные цифры, старшая – не 0).

31. Составьте алгоритм решения ребуса $МУХА + МУХА + МУХА = СЛОН$ (различные буквы обозначают различные цифры, старшая – не 0).

32. Составьте алгоритм решения ребуса $ДРУГ - ГУРД = 2727$ (различные буквы обозначают различные цифры, старшая – не 0).

33. Составьте алгоритм решения ребуса $КОТ + КОТ = ТОК$ (различные буквы обозначают различные цифры, старшая – не 0).

34. Вычислите N -е число Фибоначчи. Числа Фибоначчи образуют последовательность 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34..., в которой первые два элемента равны 0 и 1, а каждое следующее число последовательности вычисляется как сумма двух предыдущих чисел.

35. Вычислите N -е число трибоначчи. Числа трибоначчи образуют последовательность 0, 0, 1, 1, 2, 4, 7, 13, 24, 44, в которой первые два элемента равны 0 и 1, а каждое следующее число последовательности вычисляется как сумма трех предыдущих чисел.

36. Составьте алгоритм подсчета количества натуральных чисел, не превышающих значения N , в составе которых присутствует хотя бы одна цифра M .

37. Составьте алгоритм подсчета количества натуральных чисел, не превышающих значения N , в составе которых присутствуют две четные цифры.

38. Составьте алгоритм поиска всех натуральных чисел, не превышающих значения N ($N \geq 100$), таких, что сумма каких-либо цифр числа равна третьей цифре.

39. Составьте алгоритм поиска всех натуральных чисел, не превышающих значения N ($N \geq 1000$), таких, что сумма каких-либо цифр числа равна сумме первой и последней цифр числа.

40. Составьте программу подсчета количества счастливых чисел, не превышающих значения N . Счастливым будет число с четным количеством разрядов, у которого сумма цифр первой половины числа равна сумме цифр второй половины числа.

41. Составьте программу подсчета количества счастливых чисел, не превышающих значения N . Счастливым будет число, у которого сумма цифр на четных местах равна сумме цифр на нечетных местах.

Лабораторная работа № 7

ГРАФИКА

Цель работы

Получить навыки создания изображений на языке Python с использованием библиотеки Pillow.

Задание № 1

Напишите программу, которая с помощью библиотеки Pillow создаст файл картинки в формате *png* и нарисует график функции из лабораторной работы № 5.

Задание № 2

Напишите программу, которая с помощью библиотеки Pillow создаст файл картинки в формате *png* и нарисует закрашенную область из лабораторной работы № 3, задание № 2.

Задание № 3

Напишите программу, которая с помощью библиотеки Pillow создаст файл картинки в формате *png* и нарисует картинку в соответствии с вариантом задания. Для рисования картинки используйте стандартные примитивы (прямоугольники, окружности, полигоны и т. д.).

Варианты к заданию № 3

1. Изображение снеговика.
2. Изображение самолета.
3. Изображение автомобиля.
4. Изображение яблока.
5. Изображение груши.
6. Изображение ноутбука.
7. Изображение вазы с цветами.
8. Изображение клавиатуры.
9. Изображение котенка.
10. Изображение чайника.
11. Изображение загородного дома.
12. Изображение стола.
13. Изображение мягкой игрушки.

14. Изображение обуви.
15. Изображение часов.
16. Изображение гитары.
17. Изображение звезды.
18. Изображение елочки.
19. Изображение футболки.
20. Изображение пульта от телевизора.
21. Изображение кошки.
22. Изображение Чебурашки.
23. Изображение шлема.
24. Изображение наушников.
25. Изображение платья.
26. Изображение автобуса.
27. Изображение уличного фонаря.
28. Изображение горшка с цветами.
29. Изображение чашки с тарелкой.
30. Изображение окна с занавесками.
31. Изображение галстука-бабочки.
32. Изображение ромашки.
33. Изображение дерева.
34. Изображение скамейки.
35. Изображение вешалки для костюма.
36. Изображение троллейбуса.
37. Изображение катера.
38. Изображение парусной лодки.
39. Изображение космической ракеты.
40. Изображение божьей коровки.

Лабораторная работа № 8

ОДНОМЕРНЫЕ МАССИВЫ

Цель работы

Получить навыки реализации одномерных массивов на языке программирования Python.

Задание № 1

Решите задачу в соответствии с выданным вариантом. Составьте блок-схему к программе.

Варианты к заданию № 1

1. Найдите среднее значение элементов массива, введенных с клавиатуры. Количество элементов вводится первым числом.

2. Найдите среднее значение элементов массива, введенных с клавиатуры. Количество введенных элементов неизвестно. Ввод чисел оканчивается числом 0.

3. Найдите среднее значение элементов массива, введенных с клавиатуры. Количество введенных элементов неизвестно. Ввод чисел оканчивается символом «*». Решите задачу с использованием цикла `while True`.

4. Найдите среднее значение элементов массива, введенных с клавиатуры. Количество введенных элементов неизвестно. Ввод чисел оканчивается символом «*». Решите задачу без использования цикла `while True`.

5. Найдите среднее значение четных элементов массива, введенных с клавиатуры. Количество введенных элементов неизвестно. Ввод чисел оканчивается символом «*». Решите задачу без использования цикла `while True`.

6. Найдите сумму отрицательных элементов массива, введенных с клавиатуры. Количество введенных элементов неизвестно. Ввод чисел оканчивается символом «*».

7. Найдите сумму элементов массива, введенных с клавиатуры. Количество элементов неизвестно. Ввод чисел оканчивается числом 0.

8. Найдите сумму отрицательных элементов массива, введенных с клавиатуры. Количество введенных элементов неизвестно. Ввод чисел оканчивается числом 0.

9. Найдите сумму нечетных элементов массива, введенных с клавиатуры. Количество элементов неизвестно. Ввод чисел оканчивается числом 0.

10. Найдите произведение элементов массива, введенных с клавиатуры. Количество элементов вводится первым числом.

11. Найдите сумму четных элементов массива, введенных с клавиатуры, оканчивающихся на 4. Количество элементов вводится первым числом.

12. Найдите сумму отрицательных элементов массива, введенных с клавиатуры, оканчивающихся на 3. Количество элементов вводится первым числом.

13. Найдите сумму элементов массива, введенных с клавиатуры, кратных 3. Количество элементов вводится первым числом.

14. Найдите минимальный элемент из положительных элементов массива, введенных с клавиатуры. Количество элементов вводится первым числом.

15. Найдите минимальный элемент из четных элементов массива, введенных с клавиатуры. Количество элементов вводится первым числом.

16. Найдите минимальный элемент из нечетных элементов массива, введенных с клавиатуры. Количество элементов вводится первым числом.

17. Найдите минимальный элемент из положительных элементов массива, введенных с клавиатуры, оканчивающихся на 5. Количество элементов вводится первым числом.

18. Найдите минимальный элемент из отрицательных элементов массива, введенных с клавиатуры, кратных 5. Количество элементов вводится первым числом.

19. Найдите максимальный элемент из положительных элементов массива, введенных с клавиатуры. Количество элементов вводится первым числом.

20. Найдите максимальный элемент из четных элементов массива, введенных с клавиатуры. Количество элементов вводится первым числом.

21. Найдите максимальный элемент из нечетных элементов массива, введенных с клавиатуры. Количество элементов вводится первым числом.

22. Найдите максимальный элемент из положительных элементов массива, введенных с клавиатуры, оканчивающихся на 5. Количество элементов вводится первым числом.

23. Найдите максимальный элемент из отрицательных элементов массива, введенных с клавиатуры, кратных 5. Количество элементов вводится первым числом.

24. Найдите максимальный элемент массива, рассматривая только каждый второй элемент массива, начиная с нулевого. Массив вводится с клавиатуры. Количество элементов вводится первым числом.

25. Найдите минимальный элемент массива, рассматривая только каждый второй элемент массива, начиная с нулевого. Массив вводится с клавиатуры. Количество элементов вводится первым числом.

Задание № 2

Решите задачу в соответствии с выданным вариантом. Составьте блок-схему к программе.

Варианты к заданию № 2

1. В массив $A[N]$ занесены натуральные числа. Найдите сумму тех элементов, которые кратны заданному с клавиатуры числу K .

2. В целочисленной последовательности есть нулевые элементы. Создайте массив из номеров этих элементов.

3. Дана последовательность целых чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$. Выясните, какое число встречается раньше – положительное или отрицательное.

4. Дана последовательность действительных чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$. Выясните, будет ли она возрастающей.

5. Дана последовательность натуральных чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$. Создайте массив из четных чисел этой последовательности. Если таких чисел нет, то выведите сообщение об этом факте.

6. Дана последовательность действительных чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$ и число Z . Замените элементы последовательности, которые больше числа Z , этим числом. Подсчитайте количество замен.

7. Последовательность действительных чисел оканчивается нулем. Найдите количество членов этой последовательности.

8. Дан массив действительных чисел, размерность которого N . Подсчитайте, сколько в нем отрицательных, положительных и нулевых элементов.

9. Даны действительные числа $a_1, a_2, \dots, a_n$. Поменяйте местами наибольший и наименьший элементы.

10. Даны целые числа $a_1, a_2, \dots, a_n$. Выведите на печать только те числа, для которых $a_i \geq i$.

11. Даны натуральные числа $a_1, a_2, \dots, a_n$. Укажите те из них, у которых остаток от деления на M равен L ($0 < L < M-1$).

12. При поступлении в вуз абитуриенты, получившие двойку на первом экзамене, ко второму не допускаются. В массиве $A[n]$ записаны оценки экзаменуемых, полученные на первом экзамене. Подсчитайте, сколько человек не допущено ко второму экзамену.

13. Дана последовательность чисел, среди которых имеется один ноль. Выведите на печать все числа до нуля включительно.

14. Дан целочисленный массив с количеством элементов n . Напечатайте те его элементы, индексы которых являются степенями двойки (1, 2, 4, 8, 16, ...).

15. Задана последовательность из N вещественных чисел. Определите, сколько среди них чисел, меньших K , равных K и больших K .

16. Задана последовательность N вещественных чисел. Вычислите значение выражения $\sqrt[N]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_N}$.

17. Задана последовательность N целых чисел. Вычислите сумму элементов массива, порядковые номера которых совпадают со значением этого элемента.

18. Определите количество элементов последовательности натуральных чисел, кратных числу M и заключенных в промежутке от L до N .

19. Определите, сколько процентов от всего количества элементов последовательности целых чисел составляют нечетные элементы.

20. Сформируйте массив простых чисел, не больших заданного натурального числа N .

21. В массив $A[N]$ занесены вещественные числа. Найдите сумму тех элементов, которые кратны заданному с клавиатуры числу K .

22. Дан массив вещественных чисел с количеством элементов n . Напечатайте его элементы, индексы которых являются степенями.

23. Дана последовательность вещественных чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$. Выясните, какое число встречается раньше – положительное или отрицательное.

24. Дана последовательность действительных чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$. Выясните, будет ли она убывающей.

25. Дана последовательность действительных чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$. Выясните, будет ли она возрастающей.

Лабораторная работа № 9

ГЕНЕРАТОРЫ СПИСКОВ. СРЕЗЫ

Цель работы

Получить навыки составления срезов на языке программирования Python. Научиться работать с генераторами списков.

Задание № 1

Дан список $A = [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]$. Вычислите следующие срезы: $A[:]$, $A[0:\text{len}(A)]$, $A[2:5]$, $A[:5]$, $A[2:]$, $A[-3:-1]$, $A[::1]$, $A[::2]$, $A[:: -1]$, $A[:: -2]$, $A[-3:-7:-1]$, $A[7:3:-1]$. Проверьте вычисления программным путем.

Задание № 2

Решите задачу в соответствии с выданным вариантом с использованием генераторов списков. Составьте блок-схему к программе.

Общее примечание по выполнению работы: нельзя использовать встроенные методы языка Python, такие как $\min()$, $\max()$, $\text{insert}()$ и т. д.

Варианты к заданию № 2

1. Дан одномерный массив $A[N]$. Найдите $\max(a_2, a_4, \dots, a_{2k}) + \min(a_1, a_3, \dots, a_{2k+1})$.
2. Дана последовательность действительных чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$. Укажите те ее элементы, которые принадлежат отрезку $[c, d]$.
3. Дана последовательность целых положительных чисел. Найдите произведение только тех из них, которые больше заданного числа M . Если таких чисел нет, то выдайте сообщение об этом.
4. Последовательность $a_1, a_2, \dots, a_n$ состоит из нулей и единиц. Поставьте в начало этой последовательности нули, а затем – единицы.
5. Даны действительные числа $a_1, a_2, \dots, a_n$. Среди них есть положительные и отрицательные. Замените нулями те числа, величина которых по модулю больше максимального числа ($|a_i| > \max\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$).
6. Даны действительные числа $a_1, a_2, \dots, a_{2n}$. Найдите $\max(a_1 + a_{2n}, a_2 + a_{2n-1}, \dots, a_n + a_{n+1})$.
7. В последовательности действительных чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$ есть только положительные и отрицательные элементы. Вычислите произведение отрицательных элементов P_1 и произведение положительных

элементов $P2$. Сравните модуль $P2$ с модулем $P1$, укажите, какое из произведений по модулю больше.

8. Дан массив действительных чисел. Среди них есть равные. Найдите его первый максимальный элемент и замените его нулем.

9. Дана последовательность действительных чисел $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$. Вставьте в нее действительное число b так, чтобы последовательность осталась неубывающей.

10. Даны целые положительные числа $a_1, a_2, \dots, a_n$. Найдите среди них те, которые являются квадратами некоторого числа n .

11. Дана последовательность целых чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$. Образуйте новую последовательность, выбросив из исходной те члены, которые равны $\min(a_1, a_2, \dots, a_n)$.

12. У прилавка магазина выстроилась очередь из n покупателей. Время обслуживания i -го покупателя равно t_i ($i = 1, \dots, n$). Определите время C_i пребывания i -го покупателя в очереди.

13. Секретный замок для сейфа состоит из 10 расположенных в ряд ячеек, в которые необходимо вставить игральные кубики. Но дверь открывается только в том случае, когда в любых трех соседних ячейках сумма точек на передних гранях кубиков равна 10. (Игральный кубик имеет на каждой грани от 1 до 6 точек.) Напишите программу, которая разгадывает код замка при условии, что два кубика уже вставлены в ячейки.

14. В массиве целых чисел с количеством элементов n найдите наиболее часто встречающееся число. Если таких чисел несколько, то определите наименьшее из них.

15. Каждый солнечный день улитка, сидящая на дереве, поднимается вверх на 2 см, а каждый пасмурный день опускается вниз на 1 см. В начале наблюдения улитка находилась в A см от земли на 5-метровом дереве. Имеется 30-элементный массив, содержащий сведения о том, был ли соответствующий день наблюдения пасмурным или солнечным. Напишите программу, определяющую местоположение улитки к концу 30-го дня наблюдения.

16. Дан целочисленный массив с количеством элементов n . Сожмите массив, выбросив из него каждый второй элемент.

Примечание. Дополнительный массив не использовать.

17. Задан массив, содержащий несколько нулевых элементов. Сожмите его, выбросив эти элементы.

18. Задан массив с количеством элементов N . Сформируйте два массива: в первый включите элементы исходного массива с четными номерами, а во второй – с нечетными.

19. Дана последовательность целых чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$. Укажите пары чисел a_i, a_j таких, что $a_i + 2a_j = m$.

20. Дана последовательность целых чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$. Наименьший член этой последовательности замените целой частью среднего арифметического всех членов, остальные члены оставьте без изменения. Если в последовательности несколько наименьших членов, то замените последний по порядку.

21. Даны две последовательности целых чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$ и $b_1, b_2, \dots, b_n$. Преобразуйте последовательность $b_1, b_2, \dots, b_n$ по следующему правилу: если $a_i \leq 0$, то b_i увеличьте в 10 раз, в противном случае b_i замените нулем ($i = 1, 2, \dots, n$).

22. Дана последовательность действительных чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$. Требуется домножить все члены последовательности $a_1, a_2, \dots, a_n$ на квадрат ее наименьшего члена, если $a_k > 0$, и на квадрат ее наибольшего члена, если $a_k < 0$ ($1 < k < n$).

23. Даны координаты n точек на плоскости: $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$ ($n \leq 30$). Найдите номера пары точек, расстояние между которыми наибольшее (считать, что такая пара единственная).

24. Дана последовательность n различных целых чисел. Найдите сумму ее членов, расположенных между максимальным и минимальным значениями (в сумму включить и оба этих числа).

25. Дан массив, состоящий из n натуральных чисел. Образуйте новый массив, элементами которого будут элементы исходного, оканчивающиеся на цифру k .

Задание № 3

Решите задачу в соответствии с выданным вариантом с использованием генераторов списков. Составьте блок-схему к программе.

Варианты к заданию № 3

1. В одномерном массиве все отрицательные элементы переместите в начало массива, а остальные – в конец с сохранением порядка следования. Дополнительный массив заводить не разрешается.

2. В одномерном массиве с четным количеством элементов ($2N$) находятся координаты N точек плоскости. Они располагаются в следующем порядке: $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3$ и т. д. Определите минимальный радиус окружности с центром в начале координат, которая содержит все точки.

3. В одномерном массиве с четным количеством элементов ($2N$) находятся координаты N точек плоскости. Они располагаются в следующем порядке: $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3$ и т. д. Определите кольцо с центром в начале координат, которое содержит все точки.

4. В одномерном массиве с четным количеством элементов ($2N$) находятся координаты N точек плоскости. Они располагаются в следующем порядке: $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3$ и т. д. (x_i, y_i – целые). Определите номера точек, которые могут являться вершинами квадрата.

5. В одномерном массиве с четным количеством элементов ($2N$) находятся координаты N точек плоскости. Они располагаются в следующем порядке: $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3$ и т. д. Определите номера точек, которые могут являться вершинами равнобедренного треугольника.

6. Задан целочисленный массив размерностью N . Есть ли среди элементов массива простые числа? Если да, то выведите номера этих элементов.

7. Дана последовательность целых чисел. Найдите количество различных чисел в этой последовательности.

8. Дан массив из n четырехзначных натуральных чисел. Выведите на экран только те, у которых сумма первых двух цифр равна сумме двух последних.

9. Даны две последовательности целых чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$ и $b_1, b_2, \dots, b_n$. Все члены последовательностей – различные числа. Найдите, сколько членов первой последовательности совпадает с членами второй последовательности.

10. Дан целочисленный массив $A[n]$, среди элементов есть одинаковые. Создайте массив из различных элементов $A[n]$.

11. На плоскости n точек заданы своими координатами, также дана окружность радиусом R с центром в начале координат. Укажите множество всех треугольников (с вершинами в заданных точках), пересекающихся с окружностью; множество всех треугольников, содержащихся внутри окружности.

12. В одномерном массиве с четным количеством элементов ($2N$) находятся координаты N точек плоскости. Они располагаются в следующем порядке: $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3$ и т. д. Найдите номера наиболее и наименее удаленных друг от друга точек.

13. В одномерном массиве с четным количеством элементов ($2N$) находятся координаты точек плоскости. Они располагаются в следующем порядке: $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3$ и т. д. Определите три точки, являющиеся вершинами треугольника, для которого разность точек вне его и внутри минимальна.

14. Некоторое число содержится в каждом из трех целочисленных неубывающих массивов $x[1] \leq \dots \leq x[p]$, $y[1] \leq \dots \leq y[q]$, $z[1] \leq \dots \leq z[r]$. Найдите одно из таких чисел. Число действий должно быть порядка $p + q + r$.

15. Выясните, есть ли одинаковые числа в каждом из трех целочисленных неубывающих массивов $x[1] \leq \dots \leq x[p]$, $y[1] \leq \dots \leq y[q]$, $z[1] \leq \dots \leq z[r]$. Найдите одно из таких чисел или сообщите о его отсутствии.

16. Дана целочисленная таблица $A[n]$. Найдите наименьшее число K элементов, которые можно исключить из данной последовательности, так чтобы осталась возрастающая подпоследовательность.

17. Разделите массив на две части, поместив в первую элементы, большие среднего арифметического их суммы, а во вторую – меньшие (части не сортировать).

18. Дан массив целых чисел. Найдите в этом массиве минимальный элемент m и максимальный элемент M . Получите в порядке возрастания все целые числа из интервала $[m, M]$, которые не входят в данный массив.

19. Даны действительное число x и массив $A[n]$. В массиве найдите два члена, среднее арифметическое которых ближе всего к x .

20. Даны две последовательности $a_1, a_2, \dots, a_n$ и $b_1, b_2, \dots, b_m$ ($m < n$). В каждой из них члены различны. Верно ли, что все члены второй последовательности входят в первую последовательность?

21. Напишите программу, входными данными которой является возраст n человек. Программа должна подсчитывать количество людей, возраст которых находится в интервале 10 лет, а именно: 0 – 9 лет; 10 – 19 лет; 20 – 29 лет и т. д. Напечатайте результаты расчетов для каждого интервала.

22. Дан массив $X[N]$ целых чисел. Не используя других массивов, переставьте его элементы в обратном порядке.

23. Коэффициенты многочлена хранятся в массиве $A[N]$ (N – натуральное число, степень многочлена). Вычислите значение этого многочлена в точке x (т. е. $a[N] \cdot x^N + \dots + a[1] \cdot x + a[0]$). Вычислите значение его производной в той же точке.

24. В массивах $A[K]$ и $B[L]$ хранятся коэффициенты двух многочленов степеней K и L . Поместите в массив $C[M]$ коэффициенты их произведения. (Числа K, L, M – натуральные, $M = K + L$; элемент массива с индексом n содержит коэффициент при x в степени n .)

25. Задан массив A . Определите значение k , при котором сумма $|A[1] + A[2] + \dots + A[k] - (A[k + 1] + \dots + A[N])|$ минимальна (т. е. минимален модуль разности сумм элементов в правой и левой частях, на которые массив делится этим k).

Лабораторная работа № 10

МАТРИЦЫ

Цель работы

Познакомиться с алгоритмом обработки матриц и его реализацией на языке Python.

Задание № 1

Решите задачу в соответствии с выданным вариантом. Составьте блок-схему к программе.

Варианты к заданию № 1

1. Дан массив $C(N, N)$. Подсчитайте количество элементов, расположенных на главной диагонали, значения которых кратны трем.

2. Дан массив $C(N, N)$. Подсчитайте сумму элементов, расположенных на побочной диагонали, значения которых кратны пяти.

3. Дана матрица $A(2N, 2N)$. Подсчитайте сумму значений элементов в каждой четверти матрицы.

4. Дана матрица $M \times N$. Найдите среднее арифметическое значение элементов матрицы и выясните, каких элементов в матрице

больше: меньших среднего арифметического или б'ольших среднего арифметического.

5. Дано натуральное число n . Выясните, сколько положительных элементов содержит матрица $\{a_{ij}\}$ $i, j = 1, \dots, n$, если $a_{ij} = \sin(i + j/2)$.

6. Дана действительная матрица размером $M \times N$, в которой не все элементы равны нулю. Получите новую матрицу путем деления всех элементов данной матрицы на ее наибольший по модулю элемент.

7. Дана действительная квадратная матрица порядка N . Замените нулями все ее элементы, расположенные на главной диагонали и выше нее.

8. Дана действительная матрица размером $M \times N$. Найдите среднее арифметическое наибольшего и наименьшего значений ее элементов.

9. В действительной квадратной матрице порядка N найдите сумму элементов строки, в которой расположен элемент с наименьшим значением. Предполагается, что такой элемент единственный.

10. Даны натуральное число N , действительная квадратная матрица порядка N . Элементы матрицы умножьте на 10, если наибольший элемент матрицы (предполагается, что такой элемент единственный) находится на главной диагонали, и на 0,5 – в противном случае.

11. Найдите и напечатайте в квадратной матрице T размером m наибольший элемент диагонали, его координаты. Рассмотрите отдельно случаи разных диагоналей.

12. Дана квадратная матрица $N \times N$. Подсчитайте количество четных элементов в данной матрице.

13. Дана матрица $N \times N$. Выясните, верно ли, что наибольший из элементов главной диагонали больше, чем наименьшее из значений элементов побочной диагонали.

14. Замените максимальный элемент матрицы на симметричный, если этот элемент выше главной диагонали.

15. Найдите минимальное значение матрицы и подсчитайте, сколько раз оно содержится в данной матрице.

Задание № 2

Решите задачу в соответствии с выданным вариантом. Составьте блок-схему к программе.

Варианты к заданию № 2

1. Дана матрица $B(M, N)$. Сформируйте одномерный массив из минимальных элементов каждого столбца матрицы.
2. Дана матрица $B(M, N)$. Сформируйте одномерный массив из сумм отрицательных элементов каждой строки матрицы.
3. Дан массив $B(M, N)$. Сформируйте одномерный массив из количеств четных чисел в каждой строке массива.
4. Дан массив $B(M, N)$. Сформируйте одномерный массив из количеств отрицательных чисел в каждом столбце массива.
5. Дана целочисленная матрица $B(M, N)$. Сформируйте одномерный массив из сумм элементов с нечетными значениями каждого столбца матрицы.
6. Дан целочисленный двумерный массив $M \times N$. Сформируйте одномерный массив, элементами которого являются суммы столбцов элементов с четными номерами строк.
7. Дана действительная матрица размером $M \times N$. Сформируйте одномерный массив из средних арифметических значений каждого столбца матрицы.
8. Дана действительная матрица размером $M \times N$. Сформируйте одномерный массив из наибольших значений строк.
9. Дана действительная матрица размером $M \times N$. Сформируйте одномерный массив из сумм наибольшего и наименьшего значений элементов каждой строки.
10. Дана действительная матрица размером $M \times N$. Сформируйте одномерный массив из произведения квадратов тех элементов каждой строки, модули которых принадлежат отрезку $[x, y]$.
11. Дана действительная матрица размером $M \times N$. Сформируйте одномерный массив из количеств положительных элементов в строках.
12. Дана матрица $C(N, N)$. Сформируйте одномерный массив Z из значений элементов матрицы, расположенных на главной диагонали. Найдите минимальный элемент массива и напечатайте.
13. Сформируйте одномерный массив из отрицательных элементов матрицы.
14. Дан одномерный массив C размером n и двумерный массив K размером mn . Составьте программу вычисления элементов одномерного массива S длиной m по формуле

$$S_i = \sum_{j=1}^n k_{ij} C_j \quad (i = 1, 2, \dots, m),$$

т. е. i -й элемент массива S равен сумме произведений элементов i -й строки массива K на соответствующий элемент массива C .

15. Дана матрица $A(5, 5)$. Сформируйте два одномерных массива. В один перешлите по строкам верхний треугольник матрицы, включая элементы главной диагонали, в другой – нижний треугольник.

Задание № 3

Решите задачу в соответствии с выданным вариантом. Составьте блок-схему к программе.

Варианты к заданию № 3

1. В действительной матрице $M \times N$ поменяйте местами строку, содержащую элемент с наибольшим значением, со строкой, содержащей элемент с наименьшим значением. Предполагается, что эти элементы единственные.

2. Дана матрица $N \times N$. Поменяйте местами элементы главной и побочной диагоналей.

3. Дана матрица $A(M, N)$. Удалите строку и столбец, на пересечении которых находится наибольший элемент матрицы.

4. Дана матрица $A(2N, 2N)$. Поменяйте местами элементы первой и третьей четвертей матрицы (считая по часовой стрелке от элемента $A[1,1]$).

5. Дана матрица $K(P, C)$. Вставьте новую строку, состоящую из единиц в M -позицию. Удалите столбец с номером N ($1 \leq M \leq P, 1 \leq N \leq C$).

6. Дана квадратная матрица. Исключите из нее строку и столбец, на пересечении которых расположен минимальный элемент главной диагонали.

7. Дана матрица $A(2N, 2N)$. Поменяйте местами элементы второй и четвертой четвертей матрицы (считая по часовой стрелке от элемента $A[1,1]$).

8. Дана матрица $A(N, N)$. Найдите максимальный по модулю элемент матрицы. Переставьте строки и столбцы матрицы таким образом, чтобы максимальный по модулю элемент был расположен на пересечении K -й строки и K -го столбца ($1 \leq K \leq N$).

9. Дана матрица $X(K, L)$. Удалите из нее все столбцы, предшествующие столбцу, в котором находится минимальный элемент данной матрицы.

10. Дана матрица $M \times N$. Поменяйте местами элементы четных и нечетных строк.

11. Дана действительная квадратная матрица $N \times N$, натуральные числа I и J ($1 \leq I \leq N$, $1 \leq J \leq N$). Из матрицы удалите I -ю строку и J -й столбец.

12. Дана матрица $X(K, L)$. Удалите из нее все строки, предшествующие строке, в которой находится максимальный элемент данной матрицы.

13. Дана матрица $M \times N$. Поменяйте местами элементы четных и нечетных столбцов.

14. Дан двумерный массив чисел $A(M, N)$. Линеаризуйте массив по строкам в одномерный массив B . Какой порядковый номер в линейной записи массива приобрел элемент со значением заданных индексов $[p, q]$?

15. Дан двумерный массив $A(M, N)$. Линеаризуйте массив по столбцам. Укажите индексы элементов двумерного массива (значения i и j), имеющие в линейной записи массива заданные порядковые номера p, q, r .

Задание № 4

Решите задачу в соответствии с выданным вариантом. Составьте блок-схему к программе.

Варианты к заданию № 4

1. Дана действительная матрица $M \times N$, все элементы которой различны. В каждой строке выбирается элемент с наименьшим значением, затем среди этих чисел выбирается наибольшее. Укажите индекс найденного элемента.

2. Дан двумерный массив $A(N, M)$. Определите сумму значений элементов, расположенных по контуру данного массива.

3. Дан массив $D(M, N)$. Обнулите полностью столбцы, в которых есть хотя бы один нуль.

4. Сформируйте матрицу $A(N, N)$ следующим образом: элементам, стоящим на главной диагонали, присвойте значение 1, элементам, стоящим на следующих диагоналях, параллельно главной, присвойте значения 2, 3 и т. д.

5. Дан массив X размером N . Сформируйте из него матрицу A , содержащую по L элементов в строке. Недостающие элементы в последней строке (если такие будут) заполните нулями. Напечатайте матрицу по строкам.

6. Дана квадратная матрица $N \times N$. Сформируйте одномерный массив из элементов матрицы, расположенных по спирали, начиная с первого элемента матрицы (по часовой стрелке).

7. Дана матрица $C(M, N)$. Сформируйте вектор B , элементами которого являются значения элементов тех строк исходного массива, сумма которых положительна.

8. Найдите седловую точку матрицы $N \times N$. Седловой точкой является точка, максимальная в столбце и одновременно минимальная в строке.

9. Дан двумерный массив $K(L, N)$. Определите номер строки этого массива с максимальным по модулю произведением отрицательных элементов.

10. Дан массив $B(M, K)$. Определите номер столбца, содержащего максимальное количество нулевых значений элементов.

11. Дана квадратная матрица $A(2N, 2N)$. Найдите квадрат 2×2 , в котором сумма значений элементов минимальна.

12. Дана квадратная матрица $A(2N, 2N)$. Найдите количество квадратов 2×2 , в которых все элементы разные.

13. Даны действительные числа $x_1, \dots, x_n$. Получите действительную квадратную матрицу порядка n :

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & \dots & x_n^2 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ x_1^n & x_2^n & \dots & x_n^n \end{pmatrix}$$

14. Дана действительная квадратная матрица $A(N, N)$. Получите $X_1 X_N + X_2 X_{N-1} + \dots + X_N X_1$, где X_k – наибольшее значение элементов k -й строки данной матрицы.

15. Дана матрица $A(R, C)$. Проверьте, упорядочена ли она по возрастанию (по убыванию).

Лабораторная работа № 11

ЗАПОЛНЕНИЕ И ОБХОДЫ МАТРИЦ

Цель работы

Познакомиться с алгоритмами построения матриц. Научиться составлять матрицы по заданным правилам.

Задание № 1

Постройте матрицу в соответствии с выданным вариантом. Выведите матрицу на экран.

Варианты к заданию № 1

1. Сформируйте квадратную матрицу порядка n по заданному образцу.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ n & n-1 & n-2 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ n & n-1 & n-2 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n & n-1 & n-2 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

2. Сформируйте квадратную матрицу порядка n по заданному образцу.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 3 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & n-1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ n & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Сформируйте квадратную матрицу порядка n по заданному образцу.

$$\begin{pmatrix} n & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n-1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n-2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Сформируйте квадратную матрицу порядка n по заданному образцу.

$$\begin{pmatrix} 1 \cdot 2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \cdot 3 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \cdot 4 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & (n-1)n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & n(n+1) \end{pmatrix}$$

5. Сформируйте квадратную матрицу порядка n по заданному образцу.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Сформируйте квадратную матрицу порядка n по заданному образцу.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & \dots & 3 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ n-1 & n-1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ n & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

7. Сформируйте квадратную матрицу порядка n по заданному образцу.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

8. Сформируйте квадратную матрицу порядка n по заданному образцу.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

9. Сформируйте квадратную матрицу порядка n по заданному образцу.

$$\begin{pmatrix} n & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ n-1 & n & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ n-2 & n-1 & n & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 2 & 3 & 4 & \dots & n-1 & n & 0 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-2 & n-1 & n \end{pmatrix}$$

10. Сформируйте квадратную матрицу порядка n по заданному образцу.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n-2 & n-1 & n \\ 2 & 3 & 4 & \dots & n-1 & n & 0 \\ 3 & 4 & 5 & \dots & n & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ n-1 & n & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ n & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

11. Сформируйте квадратную матрицу порядка n по заданному образцу.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & n \\ 0 & 2 & 0 & \dots & 0 & n-1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & \dots & n-2 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 2 & 0 & \dots & 0 & n-1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & n \end{pmatrix}$$

12. Сформируйте квадратную матрицу порядка n по заданному образцу.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n-2 & n-1 & n \\ 2 & 1 & 2 & \dots & n-2 & n-2 & n-1 \\ 3 & 2 & 1 & \dots & n-4 & n-3 & n-2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ n-1 & n-2 & n-3 & \dots & 2 & 1 & 2 \\ n & n-1 & n-2 & \dots & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

13. Постройте квадратную матрицу порядка $2n$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 3 & 3 & \dots & 3 & 4 & 4 & \dots & 4 \\ 3 & 3 & \dots & 3 & 4 & 4 & \dots & 4 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 3 & 3 & \dots & 3 & 4 & 4 & \dots & 4 \end{pmatrix}$$

14. Дано действительное число x . Получите квадратную матрицу порядка $n + 1$.

$$\begin{pmatrix} 1 & x & x^2 & \dots & x^{n-2} & x^{n-1} & x^n \\ x & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & x^{n-1} \\ x^2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & x^{n-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x^{n-1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 2 \\ x^n & x^{n-1} & x^{n-2} & \dots & x^2 & x & 1 \end{pmatrix}$$

15. Даны действительные числа $a_1, a_2, \dots, a_n$. Получите квадратную матрицу порядка n .

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & 9 & 10 \\ 0 & 1 & 2 & \dots & 8 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 7 & 8 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

16. Получите матрицу

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \dots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \dots & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

17. Получите матрицу

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 16 & 17 & 18 & 19 & 6 \\ 15 & 24 & 25 & 20 & 7 \\ 14 & 23 & 22 & 21 & 8 \\ 13 & 12 & 11 & 10 & 9 \end{pmatrix}$$

18. Дана действительная квадратная матрица порядка $2n$. Получите новую матрицу, переставляя ее блоки размером $n \times n$ по часовой стрелке, начиная с блока в левом верхнем углу.

19. Дана действительная квадратная матрица порядка $2n$. Получите новую матрицу, переставляя ее блоки размером $n \times n$ против часовой стрелки, начиная с блока в левом верхнем углу.

20. Дана действительная квадратная матрица порядка $2n$. Получите новую матрицу, переставляя ее блоки размером $n \times n$ крест-накрест.

21. Дан линейный массив $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n$. Получите действительную квадратную матрицу порядка n .

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_{n-1} & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & \dots & x_{n-1}^2 & x_n^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x_1^n & x_2^n & \dots & x_{n-1}^n & x_n^n \end{pmatrix}$$

22. Дан линейный массив $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n$. Получите действительную квадратную матрицу порядка n .

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & \dots & x_{n-1} & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & \dots & x_{n-1}^2 & x_n^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & \dots & x_{n-1}^{n-1} & x_n^{n-1} \end{pmatrix}$$

23. Получите квадратную матрицу порядка n .

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n-1 & n \\ n+1 & n+2 & \dots & 2n-1 & 2n \\ 2n+1 & 2n+2 & \dots & 3n-1 & 3n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ (n-1)n+1 & (n-1)n+2 & \dots & n^2-1 & n^2 \end{pmatrix}$$

24. Получите квадратную матрицу порядка n .

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & n-1 \end{pmatrix}$$

25. Магическим квадратом порядка n называется квадратная матрица размером $n \times n$, составленная из чисел $1, 2, \dots, n^2$ так, что суммы по каждому столбцу, каждой строке и каждой из двух больших диагоналей равны между собой. Постройте такой квадрат. Пример магического квадрата порядка 3:

$$\begin{pmatrix} 6 & 1 & 8 \\ 7 & 5 & 3 \\ 2 & 9 & 4 \end{pmatrix}$$

26. Сформируйте квадратную матрицу порядка N по правилу $A[I, J] = \sin\left(\frac{I^2 - J^2}{N}\right)$ и подсчитайте количество положительных элементов в ней.

Задание № 2

Решите задачу в соответствии с выданным вариантом. Составьте блок-схему к программе.

Варианты к заданию № 2

1. Вычислите сумму и число положительных элементов матрицы $A[N, N]$, находящихся над главной диагональю.
2. Дана матрица A размером $M \times N$. Определите k – количество особых элементов массива A , считая его элемент особым, если он больше суммы остальных элементов его столбца.
3. Дана квадратная матрица. Поменяйте местами строку с максимальным элементом на главной диагонали со строкой с заданным номером m .
4. Дана матрица $B[N, M]$. Найдите в каждой ее строке максимальный и минимальный элементы и поменяйте их местами с первым и последним элементом строки соответственно.
5. Дана целая квадратная матрица n -го порядка. Определите, является ли она магическим квадратом, т. е. такой, в которой суммы элементов во всех строках и столбцах одинаковы.
6. Элемент матрицы называется седловой точкой, если он является наименьшим в своей строке и одновременно наибольшим в своем столбце или, наоборот, является наибольшим в своей строке и наименьшим в своем столбце. Для заданной целой матрицы размером $N \times M$ напечатайте индексы всех ее седловых точек.
7. Дана матрица размером $N \times M$. Переставляя ее строки и столбцы, добейтесь того, чтобы наибольший элемент (или один из них) оказался в верхнем левом углу.
8. Определите, является ли заданная целая квадратная матрица n -го порядка симметричной (относительно главной диагонали).
9. Дана целочисленная квадратная матрица. Найдите в каждой строке наибольший элемент и поменяйте его местами с элементом главной диагонали.
10. Упорядочите по возрастанию элементы каждой строки матрицы размером $N \times M$.
11. Дана матрица размером $N \times M$. Найдите максимальный по модулю элемент матрицы. Переставьте строки и столбцы матрицы таким образом, чтобы максимальный по модулю элемент был расположен на пересечении k -й строки и k -го столбца.

12. Дана квадратная матрица $A[N, N]$. Замените отрицательные элементы матрицы нулями, а положительные – единицами. Выведите на печать нижнюю треугольную матрицу в общепринятом виде.

13. Дана действительная матрица размером $N \times M$, все элементы которой различны. В каждой строке выбирают элемент с наименьшим значением, затем среди этих чисел выбирают наибольшее. Укажите индексы элемента с найденным значением.

14. Дана действительная квадратная матрица порядка N (N – нечетное число), все элементы которой различны. Найдите наибольший элемент среди стоящих на главной и побочной диагоналях и поменяйте его местами с элементом, стоящим на пересечении этих диагоналей.

15. Для заданной квадратной матрицы сформируйте одномерный массив из ее диагональных элементов. Найдите след матрицы, суммируя элементы одномерного массива. Преобразуйте исходную матрицу по правилу: четные строки разделите на полученное значение, нечетные оставьте без изменения.

16. Дана квадратная матрица. Получите транспонированную матрицу.

17. Квадратная матрица, симметричная относительно главной диагонали, задана верхним треугольником в виде одномерного массива. Восстановите исходную матрицу и напечатайте по строкам.

18. Даны матрица порядка n и число k . Разделите элементы k -й строки на диагональный элемент, расположенный в этой строке.

19. Для целочисленной квадратной матрицы найдите число элементов, кратных k , и наибольший из них.

20. Найдите наибольший и наименьший элементы прямоугольной матрицы и поменяйте их местами.

21. Дана прямоугольная матрица. Найдите строку с наибольшей и наименьшей суммой элементов. Выведите на печать найденные строки и суммы их элементов.

22. В действительной квадратной матрице порядка n найдите сумму элементов строки, в которой расположен элемент с наименьшим значением. Предполагается, что такой элемент один.

23. В действительной квадратной матрице порядка n найдите наибольший по модулю элемент. Получите квадратную матрицу порядка $n - 1$ путем отбрасывания в исходной матрице строки и

столбца, на пересечении которых расположен элемент с найденным значением.

24. Дана действительная квадратная матрица порядка n . Преобразуйте матрицу по следующему правилу: строку с номером n сделайте столбцом с номером n , а столбец с номером n – строкой с номером n .

25. Дана действительная матрица размером $N \times M$. Преобразуйте матрицу следующим образом: поэлементно вычитите последнюю строку из всех строк, кроме последней.

26. Определите номера тех строк целочисленной матрицы $A[N, K]$, которые совпадают с массивом $D[K]$. Если таких строк нет, выдайте соответствующее сообщение.

27. Определите наименьший элемент каждой четной строки матрицы $A[M, N]$.

28. Расположите столбцы матрицы $D[M, N]$ в порядке возрастания элементов k -й строки ($1 < k < M$).

29. Определите номера строк матрицы $R[M, N]$, хотя бы один элемент которых равен c , и умножьте элементы этих строк на d .

30. Матрица $A[N, M]$ (M кратно 4) разделена по вертикали на две половины. Определите сумму элементов каждого столбца левой половины и сумму элементов каждого четного столбца правой половины матрицы A .

31. Дана квадратная целочисленная матрица порядка n . Сформируйте результирующий одномерный массив, элементами которого являются строчные суммы тех строк, которые начинаются с k идущих подряд положительных чисел.

32. Целочисленная матрица размером $N \times M$ содержит информацию об учениках класса из n человек. В первом столбце проставлена масса (кг), во втором – рост (см), в третьем – успеваемость (средний балл). Ученик называется среднестатистическим по k -му параметру (уникальным по k -му параметру), если в строке с информацией об ученике достигается минимум (максимум) модуля разности среднего арифметического чисел из k -го столбца и значения k -го параметра этого ученика. Ученик называется самым уникальным (самым средним), если он уникален (является среднестатистическим) по самому большому количеству параметров. По данной матрице определите самых уникальных учеников и самых средних.

33. Прямоугольное поле разбито на $m \times n$ квадратных клеток. Некоторые клетки окрашены в черный цвет. Известно, что все черные клетки могут быть разбиты на несколько непересекающихся и не имеющих общих вершин черных прямоугольников. Считая, что цвета клеток даны в логической матрице *Color* размером $N \times M$, подсчитайте число черных прямоугольников, о которых шла речь. Число действий должно быть порядка $M \times N$.

Примечание. Число прямоугольников равно числу их левых верхних углов. Является ли клетка верхним углом, можно узнать, посмотрев на ее цвет, а также цвет верхнего и левого соседей. (Не забудьте, что их может не быть, если клетка расположена с краю.)

34. Даны квадратная таблица $A[N, N]$ и число $M \leq N$. Для каждого квадрата размером $M \times M$ в этой таблице вычислить сумму стоящих в нем чисел. Общее число действий должно быть порядка n^2 .

Примечание. Сначала для каждого горизонтального прямоугольника размером $M \times 1$ вычислите сумму стоящих в нем чисел. (При сдвиге такого прямоугольника по горизонтали на 1 нужно добавить одно число и одно вычесть.) Затем, используя эти суммы, вычислите суммы в квадратах. (При сдвиге квадрата по вертикали вниз добавляется строка размером M , а сверху такая же удаляется).

35. Среди тех строк целочисленной матрицы, которые содержат только нечетные элементы, найдите строку с максимальной суммой модулей элементов.

36. Подсчитайте количество строк заданной целочисленной матрицы $N \times N$, являющихся перестановкой чисел $1, 2, \dots, N$ (т. е. содержащих каждое из чисел $1, 2, \dots, N$ ровно один раз).

37. Среди столбцов заданной целочисленной матрицы, содержащих только такие элементы, которые по модулю не больше 10, найдите столбец с минимальным произведением элементов.

38. Массивом `chars[M][N]` кодируется поле, на котором расположено несколько прямоугольников. Каждый состоит из целого числа клеток, прямоугольники не накладываются друг на друга и не соприкасаются. Разные прямоугольники могут состоять из разных символов. Один и тот же прямоугольник не может состоять из различных символов. Пустые квадраты поля кодируются символом «точка». Подсчитайте число прямоугольников разных типов.

Пример:

#	#	#	.	.	.	?	?	.	.	+	.
#	#	#	.	=	.	?	?	.	.	+	.
#	#	#	.	.	.	.	.	.	.	+	.
.	.	.	.	.	?	?	?	.	.	.	.
?	?	?	.	.	.	.	.	.	.	=	=
?	?	?	.	.	.	#	#	#	#	.	.

Для этого поля программа должна выдать ответ:

«#» – 2, «?» – 3, «+» – 1, «=» – 2

39. Характеристикой столбца целочисленной матрицы назовем сумму модулей его отрицательных нечетных элементов. Переставляя столбцы заданной матрицы, расположите их в соответствии с ростом характеристик.

40. Для заданной квадратной матрицы найдите такие k , что k -я строка матрицы совпадает с k -м столбцом.

41. Найдите максимальный элемент среди всех элементов тех строк заданной матрицы, которые упорядочены (либо по возрастанию, либо по убыванию).

42. Расстояние между k -й и l -й строками квадратной матрицы A ($N \times N$) определяется как

$$r = \sum_{j=1}^N (|a_{kj}| \cdot |a_{lj}|).$$

Определите расстояние между строками K и l .

43. Определите, является ли заданная матрица ортонормированной, т. е. равно ли скалярное произведение каждой пары различных строк (столбцов) нулю.

44. Определите среднее арифметическое элементов, лежащих на пересечении строк, номера которых кратны R , и столбцов, номера которых кратны S .

45. Определите номера строк матрицы, в которых знаки элементов чередуются.

Лабораторная работа № 12

СТРОКИ

Цель работы

Познакомиться со строковым типом данных в Python. Научиться писать программы на обработку строк.

Задание № 1

Решите задачу в соответствии с выданным вариантом. Составьте блок-схему к программе.

Варианты к заданию № 1

1. Дана строка, заканчивающаяся точкой. Подсчитайте, сколько слов в строке.
2. Дана строка, содержащая английский текст. Найдите количество слов, начинающихся с буквы «Б».
3. Дана строка. Подсчитайте, сколько в ней букв «Г», «К», «Я».
4. Дана строка. Определите, сколько в ней символов «*», «;», «:».
5. Дана строка, содержащая текст. Найдите длину самого короткого и самого длинного слова.
6. Дана строка символов, среди которых есть двоеточие («:»). Определите, сколько символов ему предшествует.
7. Дана строка, содержащая текст, заканчивающийся точкой. Выведите на экран слова, содержащие три буквы.
8. Дана строка. Преобразуйте ее, удалив каждый символ «*» и повторив каждый символ, отличный от «*».
9. Дана строка. Определите, сколько раз входит в нее группа букв «abc».
10. Дана строка. Подсчитайте количество букв «К» в последнем ее слове.
11. Дана строка. Подсчитайте, сколько различных символов встречается в ней. Выведите их на экран.
12. Дана строка. Подсчитайте самую длинную последовательность подряд идущих букв «А».
13. Дана строка символов, среди которых есть одна открывающаяся и одна закрывающаяся скобка. Выведите на экран все символы, расположенные внутри этих скобок.
14. Имеется строка, содержащая буквы латинского алфавита и цифры. Выведите на экран длину наибольшей последовательности цифр, идущих подряд.
15. Дан набор слов, разделенных точкой с запятой («;»). Набор заканчивается двоеточием («:»). Определите, сколько в нем слов, заканчивающихся буквой «А».
16. Дана строка. Укажите те слова, которые содержат хотя бы одну букву «К».

17. Дана строка. Найдите в ней те слова, которые начинаются и оканчиваются одной и той же буквой.

18. В строке замените все двоеточия («:») точкой с запятой («;»). Подсчитайте количество замен.

19. В строке удалите символ «двоеточие» («:») и подсчитайте количество удаленных символов.

20. В строке между словами вставьте вместо пробела запятую и пробел.

21. Удалите часть символьной строки, заключенной в скобки (вместе со скобками).

22. Определите, сколько раз в строке встречается заданное слово.

23. В строке имеется одна точка с запятой («;»). Подсчитайте количество символов до точки с запятой и после нее.

24. Дана строка длиной k . Преобразуйте ее, заменив точками все двоеточия («:»), встречающиеся среди первых $k/2$ символов, и заменив точками все восклицательные знаки («!»), встречающиеся среди символов, стоящих после $k/2$ символов.

25. Строка содержит одно слово. Проверьте, будет ли оно читаться одинаково справа налево и слева направо (т. е. является ли оно палиндромом).

Задание № 2

Решите задачу в соответствии с выданным вариантом. Составьте блок-схему к программе.

Варианты к заданию № 2

1. В записке слова зашифрованы – каждое из них записано наоборот. Расшифруйте сообщение.

2. Проверьте, одинаковое ли число открывающихся и закрывающихся скобок в данной строке.

3. Строка, содержащая произвольный русский текст, состоит не более чем из 200 символов. Напишите, какие буквы и сколько раз встречаются в этом тексте. Ответ должен приводиться в грамматически правильной форме, например «а» – 25 раз, «к» – 3 раза и т. д.

4. Упорядочите массив английских слов по алфавиту.

5. Даны две строки A и B . Составьте программу, проверяющую, можно ли из букв, входящих в A , составить B (буквы можно использовать не более одного раза и переставлять).

Пример:

A – «ИНТЕГРАЛ», B – «АГЕНТ» – составить можно;

A – «ИНТЕГРАЛ», B – «ГРАФ» – составить нельзя.

6. Строка содержит произвольный русский текст. Проверьте, каких букв в нем больше: гласных или согласных.

7. Двумерный массив $N \times M$ содержит некоторые буквы русского алфавита, расположенные в произвольном порядке. Напишите программу, проверяющую, можно ли из этих букв составить слово S . Каждая буква массива используется не более одного раза.

8. Результаты вступительных экзаменов представлены в виде списка из N строк, в каждой строке которого записаны фамилия студента и отметки по каждому из M экзаменов. Определите количество абитуриентов, сдавших вступительные экзамены только на отлично.

9. Составьте программу преобразования натуральных чисел, записанных римскими цифрами, в десятичную систему счисления.

10. Из заданной символьной строки выберите те символы, которые встречаются в ней только один раз, в том порядке, в котором они встречаются в тексте.

11. В символьном массиве хранятся фамилии и инициалы учеников класса. Требуется напечатать список класса с указанием для каждого ученика количества его однофамильцев.

12. Дано число в двоичной системе счисления. Проверьте правильность ввода этого числа (в его записи должны быть только символы 0 и 1). Если число введено неверно, повторите ввод. При правильном вводе переведите число в десятичную систему счисления.

13. В заданной строке удалите все лишние пробелы.

14. Для заданного текста определите длину содержащейся в нем максимальной серии символов, отличных от букв.

15. Расстояние между двумя словами равной длины – это количество позиций, в которых различаются эти слова. В заданном предложении найдите пару слов заданной длины с максимальным расстоянием.

16. Отредактируйте заданное предложение, удалив из него те слова, которые встречаются в предложении заданное число раз.

17. Напечатайте те слова, которые встречаются в каждом из двух заданных предложений.

18. Отредактируйте заданное предложение, удалив из него все слова с нечетными номерами и записав слова в обратном порядке.

19. Один из методов шифрации называется наложением гаммы. Берут некоторое случайное число в диапазоне от 127 до 255 – гамма, и код каждого символа строки заменяют кодом, получающимся в результате операции: $\text{новый_код} = \text{старый_код} \text{ XOR } \text{гамма}$.

Напишите программу, реализующую:

а) данный метод шифрации;

б) дешифрацию строки при заданной гамме.

Входные данные: шифруемая строка.

Выходные данные: гамма; зашифрованная строка.

20. Напишите программу, перекодирующую строку в кодировке KOI-8 в строку в кодировке Windows-1251 и обратно.

21. Тэг курсива. Дан текст, в котором встречаются структуры `<i>` и `</i>`. Замените каждое вхождение `<i>` на `<курсив>`, а каждое вхождение `</i>` на `<конец курсива>`.

Примечание. В программе следует учесть, что буква *i* может быть как строчной, так и прописной.

22. Дан текст, состоящий из предложений, разделяемых точками. Напишите программу, производящую следующее форматирование: после каждой точки в конце предложения должен стоять хотя бы один пробел; первое слово в предложении должно начинаться с прописной буквы.

Примечание. Текст может быть как на русском, так и на английском языке.

23. Дан текст. Напишите программу, определяющую процентное отношение строчных и прописных букв к общему числу символов в нем.

24. Дан текст. Определите, каких букв (строчных или прописных) в нем больше, и преобразуйте следующим образом: если больше прописных букв, чем строчных, то все буквы преобразуются в прописные; если больше строчных, то все буквы преобразуются в строчные; если поровну и тех и других – текст остается без изменения.

25. Дан текст, содержащий слова на латинице, разделенные пробелами. Определите, какие буквы в словах совпадают чаще: первые, последние или средние. Позиция средней буквы в слове определяется по формуле

$$\text{поз_средн_буквы} = \text{длина_слова} \div 2 + 1,$$

где $\div$ – операция целочисленного деления.

26. Дана строка, состоящая из слов, разделенных пробелами. Напишите программу, удаляющую лишние пробелы. Пробел считается лишним:

- если он стоит в начале строки;
- стоит в конце строки;
- следует за пробелом.

27. С клавиатуры вводится целое число в десятичной системе счисления. Напишите программу, реализующую вывод его представления с разделением на триады цифр.

Пример.

Число: 100000

Форматированный вывод: 100 000

Число: 1000000

Форматированный вывод: 1 000 000

Лабораторная работа № 13

ПОДПРОГРАММЫ

Цель работы

Познакомиться с принципом разработки модульных программ. Научиться составлять функции на алгоритмическом языке Python.

Задание № 1

Выполните задание № 1 из лабораторной работы № 5 «Циклы. Табулирование функций» с использованием подпрограмм.

Задание № 2

Выполните задание № 1 из лабораторной работы № 8 «Одномерные массивы» с использованием подпрограмм.

Задание № 3

Выполните задание № 2 из лабораторной работы № 10 «Матрицы» с использованием подпрограмм.

Задание № 4

Решите задачу в соответствии с выданным вариантом с использованием подпрограмм. Составьте блок-схему к программе.

Варианты к заданию № 4

1. Даны три натуральных числа. Определите их наибольший общий делитель.

2. Найдите отношение K -го элемента арифметической прогрессии с разностью d_1 к N -му элементу арифметической прогрессии с разностью d_2 .

3. Определите значение выражения $\frac{n! + m!}{(n - m)!}$, используя подпрограмму для вычисления факториала.

4. Даны отрезки a, b, c, d . Для каждой тройки этих отрезков определите: можно ли построить из них треугольник; если можно, то какой – равносторонний, равнобедренный или произвольной формы.

5. Найдите площадь поверхности треугольной пирамиды по заданным длинам ребер.

6. Банк выплачивает p % годовых. Что принесет больший доход: большой вклад на малый срок или небольшой вклад на длительный срок?

7. Найдите отношение K -го числа Фибоначчи к N -му.

8. Напишите подпрограмму, которая находит цифровой корень целого числа.

Примечание. Цифровой корень находится суммированием цифр исходного числа, затем цифр полученной суммы и т. д., пока эта сумма сама не станет одной цифрой. Например, для числа 5674 цифровой корень находят так: $5 + 6 + 7 + 4 = 22$; $2 + 2 = 4$.

9. Определив подпрограмму нахождения максимума из двух чисел, найдите максимум из четырех заданных чисел.

10. Найдите суммы цифр трех заданных целых чисел.

11. Определите значение выражения $\frac{n^m + m^n}{(n + m)^{n + m}}$, используя подпрограмму для вычисления степени числа.

12. Найдите отношение K -го элемента прогрессии со знаменателем q_1 к N -му элементу геометрической прогрессии со знаменателем q_2 .

13. Найдите, если возможно, действительные корни трех квадратных уравнений: $ax^2 + bx + c = 0$, $bx^2 + ax + c = 0$, $cx^2 + ax + b = 0$. Вычислите их среднее арифметическое значение.

14. Даны действительные числа a , b . Получите $u = \min(a, b)$, $v = \min(ab, a + b)$, $\min(u + v^2, \pi)$.

Лабораторная работа № 14

ФАЙЛЫ

Цель работы

Изучить основы работы с файлами на Python.

Задание № 1

1. Прочитайте из текстового файла строку «Hellow word!». Удалите каждый второй символ и запишите в этот же файл.

2. Дан текстовый файл, в котором хранится список группы. Информация о каждом студенте сохранена в отдельной строке. Информация хранится в следующем формате: Фамилия Имя

Пример содержимого файла:

Иванов Иван
Иванов Петр
Сидоров Николай

Составьте программу, которая: а) подсчитывает, сколько студентов в группе имеют одинаковое с вами имя; б) определяет, есть ли в вашей группе однофамильцы.

Все найденные сведения выведите в файл в формате:

Отчет составлен Ивановым Иваном. Количество студентов в группе с именем Иван – 3 студента. В группе есть однофамилец – Иванов Петр.

Задание № 2

Решите задачу в соответствии с выданным вариантом. Составьте блок-схему к программе. В заданиях исходные текстовые файлы создаются с помощью Блокнота.

Варианты к заданию № 2

1. Дан файл, содержащий текст, записанный строчными русскими буквами. Получите в другом файле тот же текст, записанный заглавными буквами.

2. Дан файл, содержащий произвольный текст. Выясните, чего в нем больше: русских букв или цифр.

3. Дан файл, содержащий текст на русском языке. Выясните, входит ли данное слово в указанный текст. Если да, то сколько раз.

4. Дан файл, содержащий текст на русском языке. В предложениях некоторые из слов записаны подряд несколько раз (предложение заканчивается точкой или восклицательным знаком). Получите в новом файле отредактированный текст, в котором удалены повторные вхождения слов в предложение.

5. Дан файл, содержащий текст, набранный заглавными русскими буквами. Проведите частотный анализ текста, т. е. укажите (в процентах), сколько раз встречается та или иная буква.

6. Дан файл, содержащий текст на русском языке. Определите, сколько раз встречается в нем самое длинное слово.

7. Дан файл, содержащий произвольный текст. Проверьте, правильно ли в нем расставлены круглые скобки (т. е. находится ли правее каждой открывающейся скобки закрывающаяся и левее закрывающейся – открывающаяся).

8. Дан файл, содержащий текст на русском языке. Составьте в алфавитном порядке список всех слов, встречающихся в этом тексте.

9. Дан файл, содержащий текст на русском языке. Определите, сколько раз встречается в нем самое короткое слово.

10. Дан файл, содержащий текст на русском языке и некоторые два слова. Определите, сколько раз они встречаются в тексте и сколько из них – непосредственно друг за другом.

11. Дан файл, содержащий текст на русском языке. Выберите из него те символы, которые встречаются в нем только один раз, в том порядке, в котором они встречаются в тексте.

12. Дан файл, содержащий текст и арифметические выражения вида $a \textcircled{b}$, где $\textcircled{b}$ – один из знаков $+$, $-$, $*$, $/$. Выпишите все арифметические выражения и вычислите их значения.

13. Даны файл, содержащий текст на русском языке, и некоторые буквы. Найдите слово, содержащее наибольшее количество указанных букв.

14. Даны файл, содержащий текст на русском языке, и некоторая буква. Подсчитайте, сколько слов начинается с указанной буквы.

15. Дан файл, содержащий текст на русском языке. Найдите слово, встречающееся в каждом предложении, или сообщите, что такого слова нет.

16. Дан файл, содержащий текст, включающий русские и английские слова. Подсчитайте, каких букв в тексте больше – русских или латинских.

17. Дан файл, содержащий текст. Сколько слов в тексте? Сколько цифр в тексте?

18. Дан файл, содержащий текст, включающий в себя русские и английские слова. Получите новый файл, заменив в исходном все заглавные буквы строчными и наоборот.

19. Дан файл, содержащий зашифрованный русский текст. Каждая буква заменяется на следующую за ней (буква «Я» заменяется на «А»). Получите в новом файле расшифровку данного текста.

20. Даны два текстовых файла f_1 и f_2 . Файл f_1 содержит произвольный текст. Слова в тексте разделены пробелами и знаками препинания. Файл f_2 содержит не более 30 слов, которые разделены запятыми. Эти слова образуют пары: каждое второе является синонимом первого. Замените в файле f_1 те слова, которые можно, их синонимами. Результат поместите в новый файл.

21. Дан текстовый файл. Удалите из него все лишние пробелы, оставив между словами не более одного пробела. Результат поместите в новый файл.

22. Даны текстовый файл и некоторое слово. Напечатайте те строки файла, которые содержат данное слово.

23. Дан текстовый файл. Напечатайте в алфавитном порядке все слова из данного файла, имеющие заданную длину n .

24. Текстовый файл содержит запись многочлена некоторой степени с одной переменной x , коэффициенты многочлена – целые.

Например, $5x^4 - 3x^3 + 15x^2 - 4$. Укажите степень многочлена, его коэффициенты. Допишите в указанный файл таблицу значений этого многочлена на данном отрезке $[a, b]$.

25. Дан файл, содержащий текст на русском языке. Подсчитайте количество слов, начинающихся и заканчивающихся на одну и ту же букву.

Лабораторная работа № 15

СЛОВАРИ

Цель работы

Познакомиться со словарями и методами работы со словарями на Python.

Задание

Решите задачу в соответствии с выданным вариантом. Составьте блок-схему к программе.

Варианты к заданию

1. Создайте файл, содержащий следующие сведения о квартирах: количество комнат, общая и жилая площадь, этаж, наличие телефона, цена, адрес. Данные из файла запишите в словарь и выполните поиск по словарю по следующим параметрам: количество комнат, этаж (не ниже и не выше) и наличие телефона; жилая площадь (диапазон) и цена (не более); общая площадь (диапазон). Определите минимальную и максимальную цену из списка подходящих квартир.

2. Создайте файл, содержащий следующие сведения в ведомости о зарплате: ФИО работника, номер подразделения, количество рабочих дней и зарплата. Данные из файла запишите в словарь и выполните поиск по словарю по следующим параметрам: фамилия; номер подразделения; зарплата и количество рабочих дней (диапазон). Определите общую сумму выплат работникам этого подразделения.

3. Создайте файл, содержащий следующие сведения о пациентах больницы: ФИО, год рождения, адрес, диагноз и количество дней пребывания. Данные из файла запишите в словарь и выполните поиск по

словарю по следующим параметрам: фамилия; год рождения (диапазон); диагноз. Определите минимальное и максимальное количество дней пребывания.

4. Создайте файл, содержащий следующие сведения о сотрудниках фирмы: ФИО работника, должность, домашний адрес, домашний и мобильный телефоны, оклад, стаж работы. Данные из файла запишите в словарь и выполните поиск по словарю по следующим параметрам: ФИО; должность и оклад (диапазон); должность. Определите минимальный и максимальный стаж работы на данной должности.

5. Создать файл, содержащий следующие сведения из меню ресторана: категория блюда (первые блюда, гарниры, десерты, напитки и т. д.), название блюда, стоимость, вес, описание ингредиентов. Данные из файла записать в словарь и осуществить поиск по словарю по следующим параметрам: название блюда; стоимость и вес (диапазон); самое дорогое блюдо заданной категории.

6. Создайте файл, содержащий следующие сведения об экспортируемых товарах: наименование товара, страна, импортирующая товар, фирма-производитель, цена, объем поставляемой партии. Данные из файла запишите в словарь и выполните поиск по словарю по следующим параметрам: страна; наименование товара и фирма-производитель; наименование товара. Определите общий объем экспорта этого товара в денежном выражении.

7. Создайте файл, содержащий следующие сведения о багаже пассажиров: ФИО пассажира, номер рейса, количество вещей, общий вес вещей. Данные из файла запишите в словарь и выполните поиск по словарю по следующим параметрам: фамилия; номер рейса, вес вещей (не менее); номер рейса. Определите пассажира с максимальным весом вещей, общий вес и количество вещей всех пассажиров данного рейса.

8. Создайте файл, содержащий следующие сведения об автовладельцах: ФИО, год рождения, марка автомобиля, год выпуска автомобиля, госномер. Данные из файла запишите в словарь и выполните поиск по словарю по следующим параметрам: фамилия; марка автомобиля и год выпуска (не позднее); марка автомобиля. Определите количество автомобилей данной марки, самого молодого и самого старшего владельца.

9. Создайте файл, содержащий следующие сведения о книгах: автор, название, издательство, год издания, количество экземпляров, цена. Данные из файла запишите в словарь и выполните поиск по словарю по следующим параметрам: название; автор и год издания (не ранее); издательство и год издания (диапазон). Определите общую стоимость выбранных книг.

10. Создайте файл, содержащий следующие сведения об игрушках: код, наименование, фирма-производитель, возрастное назначение, цена. Данные из файла запишите в словарь и выполните поиск по словарю по следующим параметрам: название; фирма-производитель и возрастное назначение (диапазон); название. При этом определите игрушку с минимальной и максимальной ценой.

11. Создайте файл, содержащий следующие сведения об имеющихся вакансиях: название организации, контактный телефон, предлагаемая должность, требуемое образование, требуемый стаж. Данные из файла запишите в словарь и выполните поиск по словарю по следующим параметрам: предлагаемая должность; требуемое образование, требуемый стаж (не более); название организации. Определите для каждой должности минимально требуемый стаж.

12. Создайте файл, содержащий следующие сведения о работе склада материалов: код материала, фирма-производитель, тип операции (поступление или выдача), количество материала, необходимое для операции. Данные из файла запишите в словарь и выполните поиск по словарю по следующим параметрам: операция и код материала; выдайте список всех поставляемых материалов заданной фирмы-производителя, Определите количественно наличие на складе заданного материала на текущий момент.

13. Создайте файл, содержащий следующие сведения о заказах клиентов: ФИО клиента, место работы клиента, наименование, цена и количество заказанного товара. Данные из файла запишите в словарь и выполните поиск по словарю по следующим параметрам: ФИО клиента; место работы клиента и наименование заказанного товара; наименование товара. Определите клиента, заказавшего наибольшую партию заданного товара, и общий объем этого товара в денежном выражении по всем заказам.

14. Создайте файл, содержащий следующие сведения о торговом предприятии: код товара, наименование товара, фирма-поставщик,

цена, количество товара, проданного за день. Поиск выполните по следующим параметрам: фирма-поставщик; наименование товара и цена (диапазон). Определите общую стоимость проданных товаров данной фирмы и самый дорогой товар.

15. Создайте файл, содержащий следующие сведения об абонентах мобильной телефонной сети: номер телефона, название тарифа, количество гигабайт, минут, смс, абонентская плата за год, дата начала абонентского периода. Поиск осуществляйте по следующим параметрам: номер телефона; название тарифа и абонентская плата за год; количество абонентов мобильной телефонной сети и суммарное количество гигабайт, минут и смс за определенный период.

Лабораторная работа № 16

РЕКУРСИЯ

Цель работы

Научиться составлять рекурсивные программы на Python.

Задание № 1

Решите задачу в соответствии с выданным вариантом. Составьте блок-схему к программе.

Варианты к заданию № 1

1. Рекурсивный алгоритм вычисления факториала числа $N(N!)$.
2. Рекурсивный алгоритм вычисления N -го числа Фибоначчи.
3. Алгоритм Евклида нахождения НОД.
4. Расширенный алгоритм Евклида.
5. Алгоритм проверки числа на простоту.
6. Задача о Ханойской башне.
7. Рекурсивный алгоритм нахождения суммы ряда.
8. Рекурсивный алгоритм нахождения степени числа.
9. Рекурсивный алгоритм проверки слова на палиндром.
10. Рекурсивный алгоритм перестановки цифр в числе.
11. Алгоритм составления чисел длиной N методом рекурсивного перебора с возвратом.

12. Алгоритм вычисления минимального элемента массива методом косвенной рекурсии.

13. Алгоритм, вычисляющий функцию Аккермана.

Задание № 2

Решите задачу в соответствии с выданным вариантом. Составьте блок-схему к программе.

Варианты к заданию № 2

1. Вкладчик положил в Сбербанк сумму в sum единиц под p процентов за один период времени (год, месяц, неделя и т. д.). Составьте рекурсивную программу-функцию, возвращающую величину вклада по истечении n периодов времени ($n = 1, 2, \dots$).

2. Дана последовательность A с элементами из множества $\{0,1\}$. Конвейер выполняет следующие действия. Если A имеет вид $1, 0, 1, \dots$, то она укорачивается на первые три элемента. В противном случае начальный элемент последовательности переносится в её конец. Указанные действия повторяйте до тех пор, пока имеется возможность укоротить текущую последовательность. Составьте рекурсивную программу, имитирующую эти действия и возвращающую по исходной последовательности A результирующую последовательность B , или сообщение, что B – пустое множество.

3. Составьте рекурсивную программу-функцию вычисления биномиальных коэффициентов $C(n, m)$, где n и m – целые числа, $0 < m \leq n$.

4. Рассмотрим два положительных числа a_0 и b_0 и составим их среднее арифметическое и среднее геометрическое. Продолжим этот процесс рекурсивно. Если числа a_n и b_n уже построены, то определим a_{n+1} и b_{n+1} следующим образом:

$$a_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2}, \quad b_{n+1} = \sqrt{a_n \cdot b_n}, \quad (n = 0, 1, \dots).$$

Составьте рекурсивную программу-функцию, по которой для неотрицательных чисел a и b можно было бы приближенно вычислять их арифметико-геометрическое среднее.

5. Составьте рекурсивную программу для нахождения n -й итерации ($n = 0, 1, 2, \dots$) функции $F(x)$ в точке a . Программа должна вычислять значение выражения вида $F(F(F \dots F(a) \dots))$ при n -кратном использовании операции F .

6. Пусть функция $f(x)$ вещественной переменной x непрерывна на отрезке $[a, b]$ и $f(a) \cdot f(b) < 0$. Составьте рекурсивную программу нахождения на отрезке $[a, b]$ какого-либо вещественного корня функции $f(x)$.

7. Пусть функция $f(x)$ вещественной переменной x непрерывна на отрезке $[a, b]$. Составьте рекурсивную программу нахождения на отрезке $[a, b]$ любого вещественного корня $f(x)$. При отсутствии корней должно быть выдано соответствующее сообщение.

8. Составьте рекурсивную программу-функцию подсчета количества всех положительных делителей натурального числа n .

9. Составьте рекурсивную программу-функцию, возвращающую все положительные делители натурального числа n .

10. Составьте рекурсивную программу-функцию, проверяющую, является ли заданное натуральное число n простым.

11. Составьте рекурсивную программу-функцию $pi(x)$, которая подсчитывает количество простых чисел, не превосходящих заданное число x .

12. Составьте программу $pn(n)$, которая вычисляет n -е простое число (n – натуральное).

13. Составьте рекурсивную программу-функцию вычисления суммы S факториалов целых чисел от 0 до n включительно.

14. Составьте рекурсивную программу-функцию подсчета количества $x(m)$ разбиений натурального числа m , т. е. его представлений в виде суммы натуральных чисел.

15. Последовательность из латинских букв строится следующим образом. На нулевом шаге она пуста. На каждом последующем шаге последовательность удваивается, т. е. к ней слева добавляется очередная буква алфавита ($a, b, c, \dots$). По заданному числу n определите символ, который стоит на n -м месте последовательности, получившейся после шага 26.

16. Напишите программу вычисления функции $f(n)$, определенной для целых неотрицательных n следующим образом:

$$f(0) = f(1) = 1, \quad f(2n) = f(n), \quad f(2n + 1) = f(n) + f(n + 1).$$

17. Дан прямоугольник, длины сторон которого a и b представляют собой натуральные числа. Составьте рекурсивную программу-функцию, подсчитывающую, на сколько квадратов с натуральными длинами сторон можно разрезать исходный прямоугольник, если каждый раз от него отрезать квадрат максимально возможной площади.

18. Для целых неотрицательных чисел n, m разрешены операции нахождения последующего числа $(n + 1)$ и предыдущего числа $n - 1$ ($n > 0$). Промоделируйте с помощью рекурсивных функций операции нахождения суммы $(n + m)$, разности $(n - m)$ ($n^3 m$)).

19. Для целых неотрицательных чисел n, m разрешены операции нахождения последующего числа $(n + 1)$ и предыдущего числа $n - 1$ ($n > 0$). Промоделируйте с помощью рекурсивных функций операции нахождения частного и остатка при делении n на m (n/m).

20. Напишите рекурсивную программу-функцию, подсчитывающую количество способов разбиения выпуклого многоугольника на треугольники непересекающимися диагоналями.

21. Напишите рекурсивную программу-функцию нахождения наименьшего десятичного натурального числа $N > 1$, оканчивающегося цифрой q , такого, что если перенести эту цифру из конца в начало N , то полученное число окажется в q раз больше N .

22. Вычислите, используя рекурсию (в выражении присутствуют n радикалов):

$$\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots \sqrt{2}}}}$$

23. Вычислите, используя рекурсию (в выражении присутствуют n радикалов):

$$\sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{1 \dots}}}}$$

24. Вычислите, используя рекурсию (в выражении присутствуют n радикалов):

$$\sqrt{8 - \sqrt{8 + \sqrt{8 - \sqrt{8 - \sqrt{8 + \dots}}}}}$$

Здесь знаки перед корнями периодически повторяются группами по три: «−», «+», «−». Выведите уравнение, корнем которого является X .

25. Решите задачу «Ханойские башни» при условии, что диски можно перемещать только между соседними столбиками 1 и 2, 2 и 3.

26. Школьный алгоритм умножения двух n -битовых чисел x и y складывает n копий числа x с соответствующими сдвигами влево. Длина каждого числа с учетом сдвига не превосходит $2n$. Реализуйте алгоритм умножения двоичных чисел подобным способом. Используйте не более трех массивов данных, сдвиги в массивах выполнять нельзя.

27. Число N называется степенью, если оно имеет вид q^k для положительных целых q и $k > 1$. Постройте эффективный алгоритм, определяющий, является ли данное число N степенью.

28. Для того чтобы проверить, делится ли число, скажем 123456789, на 3, можно просто сложить его цифры и проверить, делится ли на 3 полученное число ($1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$ на 3 делится). Есть похожий критерий делимости на 11: разобьем цифры числа на пары, начиная справа (89, 67, 45, 23, 1) и проверим, делится ли на 11 сумма этих двузначных чисел. Проверьте, делится ли число на 33.

29. Между цифрами от 1 до 9 расставьте знаки операций $+$, $-$, $*$, $/$ так, чтобы получилось заданное число.

30. Между цифрами от 1 до 9 расставьте знаки операций $+$, $-$ так, чтобы получилось заданное число. Из подряд идущих цифр можно составлять многозначные, например $123 - 45 + 7 + 8 - 9$.

Лабораторная работа № 17

ФРАКТАЛЫ

Цель работы

Научиться составлять рекурсивные программы на Python, а также использовать графические библиотеки Python для создания фракталов.

Задание

Составьте программу построения фрактала в соответствии с выданным вариантом. Составьте блок-схему к программе.

1. Фрактал «треугольник Серпинского».
2. Фрактал «салфетка Серпинского».
3. Фрактал «множество Кантора».
4. Фрактал «кривая Коха».
5. Фрактал «кривая Пеано».
6. Фрактал «кривая дракона».

7. Фрактал «кривая Леви».
8. Фрактал «спираль Пифагора».
9. Фрактал «дерево Пифагора».
10. Фрактал «бинарное дерево».
11. Фрактальное дерево.
12. Фрактал «множество Жюлиа».
13. Фрактал «множество Мандельброта».
14. Фрактал «снежинка».
15. Фрактал квадраты, уменьшающиеся с поворотом с сохранением пропорций.

Лабораторная работа № 18

СОРТИРОВКИ

Цель работы

Научиться составлять алгоритмы сортировок на Python.

Задание № 1

Реализуйте сортировку чисел на языке Python по возрастанию и убыванию. Список чисел прочитайте из текстового файла, отсортированный список чисел запишите в другой текстовый файл.

Решите задачу четыре раза с использованием алгоритмов в соответствии с выданным вариантом задания (две задачи по возрастанию, две задачи по убыванию).

Составьте блок-схемы к используемым алгоритмам.

Варианты к заданию № 1

1. Алгоритмы: сортировка подсчетом, сортировка пузырьком, сортировка вставками, сортировка слиянием.

2. Алгоритмы: сортировка подсчетом, сортировка пузырьком, сортировка вставками, быстрая сортировка.

3. Алгоритмы: сортировка подсчетом, сортировка пузырьком, сортировка выбором, сортировка слиянием.

4. Алгоритмы: сортировка подсчетом, сортировка пузырьком, сортировка выбором, быстрая сортировка.

5. Алгоритмы: сортировка подсчетом, сортировка вставками, сортировка выбором, сортировка слиянием.

6. Алгоритмы: сортировка подсчетом, сортировка вставками, сортировка выбором, быстрая сортировка.

7. Алгоритмы: сортировка пузырьком, сортировка вставками, сортировка выбором, сортировка слиянием.

8. Алгоритмы: сортировка пузырьком, сортировка вставками, сортировка выбором, быстрая сортировка.

Задание № 2

Реализуйте внешнюю сортировку файлов методом слияния. Информация может храниться в файле в любом формате. Результат алгоритма необходимо сохранить в другой файл в любом формате.

Лабораторная работа № 19

ПОИСК

Цель работы

Научиться составлять алгоритмы поиска на Python.

Задание № 1

Составьте программу поиска числа в списке на языке Python. Список чисел прочитайте из текстового файла. Результат поиска запишите в другой текстовый файл.

Поиск реализуйте методами перебора всех элементов списка и бинарного поиска.

Задание № 2

Реализуйте алгоритм бинарного поиска. Для проведения бинарного поиска заранее отсортируйте массив.

1. Ваша программа должна давать ответ на вопрос: есть ли элемент, равный значению key , в упорядоченной структуре?

2. Ваша программа должна давать ответ на вопрос: на какое место нужно поставить key , сдвинув часть структуры (массива) так, чтобы не нарушить упорядоченность элементов?

Составьте блок-схемы к одной из программ поиска.

Задание № 3

Реализуйте поиск k -й статистики в неупорядоченной структуре данных.

Лабораторная работа № 20

ХЭШИРОВАНИЕ

Цель работы

Познакомиться с базовыми принципами хэширования. Научиться реализовывать простейшие хэш-функции и хэш-таблицы.

Задание

Выполните одно из следующих заданий:

1. А. Составьте метод, который вычислит значение хэш-функции строки.

Б. Реализуйте работу таблицы: первый столбец содержит строки, второй столбец – значения хэш-функций строк. Строки могут быть введены с клавиатуры или из файла, или сгенерированы строки случайной длины, заполненные случайными символами.

В. Далее отсортируйте таблицу по хэш-столбцу для поиска данных.

Г. Введите строку поиска и вычислите значение ее хэш-функции.

Д. Выполните поиск введенной с клавиатуры строки в таблице.

Е. Выведите сообщение «Строка не найдена» или «Строка найдена».

2. Выполните задание п. 1 на словарях.

3. Реализуйте две программы:

1) одна должна вычислять значение хэш-суммы файла и добавлять это значение к исходному файлу;

2) другая должна получать на вход файл с контрольной хэш-суммой в конце файла, вычислять хэш-сумму файла без последней строки, в которой содержится значение контрольной суммы, а также выводить значение `true`, если вычисленная хэш-сумма совпала с контрольной, иначе – выводить значение `false`.

4. Реализуйте работу хэш-таблицы с обработкой коллизий, в том числе метод добавления элемента в таблицу, удаление элемента, построение таблицы, поиск элемента в таблице.

Лабораторная работа № 21

ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Цель работы

Научиться составлять алгоритмы методом динамического программирования на Python.

Задание

Решите задачу в соответствии с выданным вариантом двумя способами: средствами Excel, с помощью языка программирования Python. Составьте блок-схему к программе.

Варианты к заданию

1. По натуральному числу n определите количество последовательностей длины n из 0 и 1, не содержащих двух единиц подряд. Гарантируется, что ответ не превосходит $2^{31} - 1$.

2. По натуральному числу n определите количество последовательностей длины n из 0, 1 и 2, не содержащих двух единиц подряд. Гарантируется, что ответ не превосходит $2^{31} - 1$.

3. По натуральному числу n определите количество последовательностей длины n из 0, 1 и 2, не содержащих двух единиц подряд и двух двоек подряд. Гарантируется, что ответ не превосходит $2^{31} - 1$.

4. По натуральным числам n и k определите количество последовательностей длины n из 0 и 1, не содержащих k единиц подряд ($n \leq 106$, $1 \leq k \leq n + 1$). Гарантируется, что ответ не превосходит $2^{31} - 1$.

5. По натуральным числам n и k определите количество последовательностей длины n из 0 и 1, не содержащих k одинаковых символов подряд ($n \leq 106$, $2 \leq k \leq n + 1$). Гарантируется, что ответ не превосходит $2^{31} - 1$.

6. Для натуральных чисел n и k определите количество способов представить число n в виде суммы k натуральных слагаемых, если способы, отличающиеся только порядком слагаемых, считать одинаковыми.

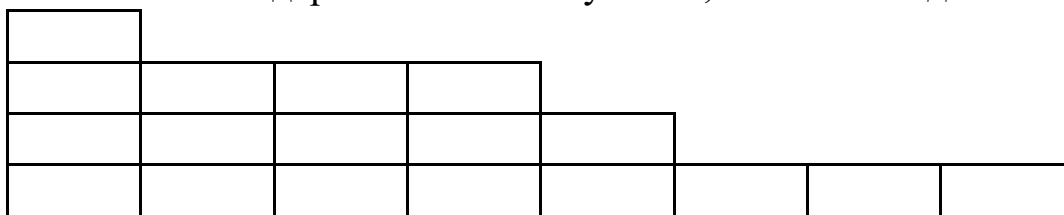
Программа получает на вход два натуральных числа n и k , не превосходящих 150.

7. Назовем число плавным, если его две соседние цифры различаются не более чем на 1. По натуральному числу n определите количество плавных натуральных чисел, имеющих длину n . Гарантируется, что ответ не превосходит $2^{31} - 1$.

8. Назовем последовательность пилообразной, если каждый ее элемент строго больше (либо строго меньше) своих соседей. По данным числам n и k определите число пилообразных последовательностей длины n , составленных из чисел $1 \dots k$.

Программа получает на вход два натуральных числа n и k , $1 \leq n \leq 1000$, $1 \leq k \leq 1000$.

9. Лесенкой называется набор ступеней, в котором каждый горизонтальный слой содержит меньше ступеней, чем слой под ним.



Введите одно число N ($1 \leq N \leq 150$). Подсчитайте количество различных лесенок, которые могут быть построены из N ступеней.

10. Кубик, грани которого помечены цифрами от 1 до 6, бросают N раз. Определите вероятность того, что произведение выпавших чисел будет в точности равно Q . Программа получает на вход два целых числа N и Q ($1 \leq N \leq 50$, $0 \leq Q \leq 100$). Программа должна вывести единственное действительное число: искомую вероятность с точностью не менее чем 10^{-6} .

11. При переработке радиоактивных материалов образуются отходы двух видов – особо опасные (тип А) и неопасные (тип В). Для их хранения используют одинаковые контейнеры. После помещения отходов в контейнеры последние укладывают вертикальной стопкой. Стопка считается взрывоопасной, если в ней расположено более одного контейнера типа А. Для заданного количества контейнеров N определите число безопасных стопок.

Входные данные: количество контейнеров N ($1 \leq N \leq 20$).

Выходные данные: количество безопасных вариантов формирования стопки.

12. Мальчик подошел к платной лестнице. Для того чтобы наступить на любую ступеньку, нужно заплатить указанную на ней сумму.

Мальчик умеет перешагивать на следующую ступеньку либо перепрыгивать через ступеньку. Требуется узнать, какая наименьшая сумма понадобится мальчику, чтобы добраться до верхней ступеньки.

Входные данные: натуральное число $N < 100$ – количество ступенек; N натуральных чисел, не превосходящих 100, – стоимость каждой ступеньки (снизу вверх).

Выходные данные: наименьшая возможная стоимость прохода по лестнице.

13. В дощечке в один ряд вбиты гвоздики. Любые два гвоздика можно соединить ниточкой. Требуется соединить некоторые пары гвоздиков ниточками так, чтобы к каждому гвоздику была привязана хотя бы одна ниточка, а суммарная длина всех ниточек была минимальна.

Входные данные: число N – количество гвоздиков ($2 \leq N \leq 100$); N чисел – координаты всех гвоздиков (неотрицательные целые числа, не превосходящие 10 000).

Выходные данные: минимальная суммарная длина всех ниточек.

14. За билетами на премьеру нового мюзикла выстроилась очередь из N человек, каждый из которых хочет купить один билет. Работала только одна касса, поэтому продажа билетов шла очень медленно. Самые сообразительные быстро заметили, что, как правило, несколько билетов в одни руки кассир продаёт быстрее, чем когда эти билеты продаются по одному. Поэтому они предложили нескольким подряд стоящим людям отдавать деньги первому из них, чтобы он купил билеты на всех.

Однако для борьбы со спекулянтами кассир продавала не более трех билетов в одни руки, поэтому договориться, таким образом, между собой могли лишь два или три подряд стоящих человека.

Известно, что на продажу i -му человеку из очереди одного билета кассир тратит A_i секунд, на продажу двух билетов – B_i секунд, трех билетов – C_i секунд. Напишите программу, которая подсчитывает минимальное время, за которое могли быть обслужены все покупатели.

Входные данные: длина очереди N ; время обслуживания: A – время продажи одного билета; B – время продажи двух билетов; C – время продажи трех билетов.

Выходные данные: минимальное время, за которое могли быть обслужены все покупатели.

15. Имеется калькулятор, который выполняет три операции: прибавить к числу X единицу (1), умножить число X на два (2), умножить число X на три (3). Определите, какое наименьшее число операций необходимо для того, чтобы получить из числа 1 заданное число N . Выведите последовательность операций, например 1, 2, 3.

Входные данные: число N , не превосходящее 10^6 .

Выходные данные: наименьшее количество искомых операций.

16. Даны две последовательности. Требуется найти длину их наибольшей общей подпоследовательности и вывести ее на экран.

Входные данные: число N – длина первой последовательности ($1 \leq N \leq 1000$), члены первой последовательности (через пробел) – целые числа, не превосходящие 10000 по модулю;

число M – длина второй последовательности ($1 \leq M \leq 1000$), члены второй последовательности (через пробел) – целые числа, не превосходящие 10 000 по модулю.

Выходные данные: длина наибольшей общей подпоследовательности двух данных последовательностей или 0, если такой подпоследовательности нет.

17. Дана текстовая строка. С ней можно выполнять следующие операции: заменить один символ строки на другой символ (1), удалить один произвольный символ (2), вставить произвольный символ в произвольное место строки (3). Например, при помощи первой операции из строки «СОК» можно получить строку «СУК», при помощи второй операции – строку «ОК», при помощи третьей операции – строку «СТОК».

Минимальное количество таких операций, при помощи которых можно из одной строки получить другую, называется *стоимостью редактирования*, или *расстоянием Левенштейна*.

Определите стоимость редактирования для двух данных строк.

Входные данные: программа получает на вход две строки, длина каждой из которых не превосходит 1000 символов; строки состоят только из заглавных латинских букв.

Выходные данные: стоимость редактирования для данных строк.

18. Шаблон с «?» и «*». Шаблоном называется строка, состоящая из английских букв ($a, \dots, z, A, \dots, Z$) и символов «?» и «*». Каждый из символов «?» разрешается заменить на одну произвольную букву, а

каждый из символов «*» – на произвольную (возможно, пустую) последовательность букв. Про любую строку из букв, которую можно получить из шаблона такими заменами, будем говорить, что она удовлетворяет этому шаблону.

Имеются два шаблона. Требуется найти строку минимальной длины, которая удовлетворяет обоим шаблонам, либо выдать сообщение, что такой строки не существует.

Входные данные: два шаблона, длина каждого шаблона не превосходит 80 символов.

Выходные данные: выведите строку минимальной длины, удовлетворяющую обоим шаблонам, либо сообщение «Нет решения!».

19. Дана последовательность. Требуется найти длину её наибольшей возрастающей подпоследовательности и вывести ее на экран.

Входные данные: число N – длина последовательности ($1 \leq N \leq 1000$); последовательность (разделитель – пробел); элементы последовательности – целые числа, не превосходящие 10 000 по модулю.

Выходные данные: длина наибольшей возрастающей подпоследовательности.

20. По натуральному числу n определите количество правильных скобочных последовательностей (ПСП), составленных из n открывающихся и n закрывающихся круглых скобок.

Входные данные: натуральное число n , не превосходящее 1000.

Выходные данные: количество ПСП, составленных из $2n$ круглых скобок.

21. По натуральному числу n определите количество правильных скобочных последовательностей длиной $2n$, составленных из круглых и квадратных скобок так, что внутри любой пары круглых скобок нет квадратных скобок.

Входные данные: натуральное число n , не превосходящее 1000.

Выходные данные: количество ПСП длиной $2n$, составленных из круглых и квадратных скобок, причем внутри круглых скобок нет квадратных.

22. По числам n и k определите количество правильных скобочных последовательностей длиной $2n$, составленных из круглых скобок. Максимальная вложенность скобок равна k .

Входные данные: натуральное число n , так что $2n$ – длина искомой последовательности; натуральное число k – максимальная вложенность скобок ($1 \leq k \leq n \leq 50$).

Выходные данные: количество ПСП длиной $2n$, составленных из круглых скобок.

23. Задан шаблон, состоящий из круглых скобок и знаков вопроса. Требуется определить количество способов, которыми можно заменить знаки вопроса круглыми скобками так, чтобы получилось правильное скобочное выражение.

Входные данные: шаблон, длина которого не превышает 80 символов.

Выходные данные: количество способов получения ПСП.

24. Задано уравнение вида $A + B = C$, где A , B и C – неотрицательные целые числа, в десятичной записи которых некоторые цифры заменены знаками вопроса («?»). Например, « $?2+34=4?$ ». Требуется подставить вместо знаков вопроса цифры таким образом, чтобы это равенство стало верным, либо определить, что это невозможно.

Входные данные: уравнение, длина которого не превышает 15 символов.

Выходные данные: количество способов получения верного равенства.

25. Шахматная ассоциация решила оснастить всех своих сотрудников такими телефонными номерами, которые бы набирались на кнопочном телефоне «ходом коня». Например, ходом коня набирается телефон 340-49-27. При этом телефонный номер не может начинаться ни с цифры 0, ни с цифры 8.

7	8	9
4	5	6
1	2	3
	0	

Напишите программу, определяющую количество телефонных номеров длиной N , набираемых «ходом коня».

Входные данные: длина телефонного номера N .

Выходные данные: количество телефонных номеров длиной N .

26. Квадратный лист бумаги в клетку размером $2N \times 2N$ клеток начинают складывать следующим образом. Сначала нижняя половина листа накладывается на верхнюю, затем правая половина листа накладывается на левую. Эту операцию повторяют $(N - 3)$ раза, в результате

чего получается сложенный лист размером 8×8 клеток. Какие-то из клеток этого сложенного листа удаляются при помощи дырокола.

После разворачивания исходный лист распадется на некоторое количество связных частей, т. е. таких множеств клеток, что из любой клетки одного множества можно пройти до любой другой, переходя каждый раз на соседнюю по вертикали или горизонтали клетку. Напишите программу, вычисляющую число частей, на которые распадется лист.

Входные данные: целое число N ($4 \leq N \leq 500$); матрица размером 8×8 из нулей и единиц, разделенных пробелом (единицами отмечены клетки, выкалываемые дыроколом из сложенного листа размером 8×8).

Выходные данные: требуется вывести искомое число частей.

27. Дана прямоугольная доска размером $n \times m$ (n строк и m столбцов). В левом верхнем углу этой доски находится шахматный король, которого необходимо переместить в правый нижний угол. В клетке с координатами (a, b) располагается король противника, который ходит случайным образом на одну клетку вверх, вниз, вправо, влево (если это возможно). Противники не могут приближаться друг к другу ближе, чем на одну клетку. Выведите маршруты шахматных королей, причем первый движется из верхней левой клетки в правую нижнюю, а второй – случайным образом.

Входные данные: размер доски – натуральные числа n, m меньше 20; координаты клетки (a, b) начальной позиции противника.

Выходные данные: маршруты шахматных королей.

28. Дана прямоугольная доска размером $n \times m$ (n строк и m столбцов). В левом верхнем углу этой доски находится шахматный король, которого необходимо переместить в правый нижний угол. Пусть каждой клетке (a, b) доски приписано некоторое число $P(a, b)$ – стоимость данной клетки. Проходя через клетку, мы получаем сумму, равную ее стоимости. Требуется определить максимально возможную сумму, которую можно собрать по всему маршруту, если разрешается передвигаться только вниз или вправо.

Входные данные: размер доски – натуральные числа n, m меньше 20; матрица стоимости каждой клетки P размером $n \times m$.

Выходные данные: максимально возможная сумма, которую можно собрать, двигаясь только вниз или вправо, начиная с верхней левой клетки в правую нижнюю.

29. Дан прямоугольник $N \times M$, состоящий из квадратиков размером 1×1 . Некоторые квадратики вырезали. Найдите наименьшее количество прямоугольников, на которое можно разрезать оставшуюся фигуру.

Входные данные: числа N и M ($1 \leq N, M \leq 10$); матрица из 0 и 1. Элемент матрицы $[i, j]$ равен 1, если клетку на i -й строке и в j -м столбце вырезали из доски, 0 – если оставили.

Выходные данные: минимальное количество прямоугольников, на которое можно разрезать полученную фигуру.

30. В некотором государстве в обращении находятся банкноты определенных номиналов. Национальный банк хочет, чтобы банкомат выдавал любую запрошенную сумму при помощи минимального числа банкнот, считая, что запас банкнот каждого номинала неограничен.

Входные данные: количество номиналов в государстве; запрашиваемая сумма.

Выходные данные: наберите запрашиваемую сумму при помощи минимального числа банкнот.

31. Дано N золотых слитков массой $m_1, \dots, m_N$. Ими наполняют рюкзак, который выдерживает вес не более M . Какую наибольшую массу золота можно унести в таком рюкзаке?

Входные данные: количество золотых слитков – натуральное число N , не превышающее 100; максимальный вес рюкзака – натуральное число M , не превышающее 10 000; масса золотых слитков – числа $m_i, i = 1 \dots n$, не превышающая 100.

Выходные данные: наибольшая возможная масса золота, которую можно унести в рюкзаке.

32. Дано N предметов массой $m_1, \dots, m_N$ и стоимостью $c_1, \dots, c_N$ соответственно. Ими наполняют рюкзак, который выдерживает вес не более M . Определите набор предметов, имеющий наибольшую стоимость, который можно унести в рюкзаке.

Входные данные: количество предметов – натуральное число N , не превышающее 100; максимальный вес рюкзака – натуральное число M , не превышающее 10 000; масса предметов – N натуральных чисел m_i , не превышающая 100; стоимость предметов – N натуральных чисел c_i , не превышающая 100.

Выходные данные: номера предметов (числа от 1 до N), которые войдут в полученный набор.

33. Дано N предметов массой $m_1, \dots, m_N$. Ими наполняют рюкзак, который выдерживает вес не более M . Как набрать вес, равный M , используя как можно меньше предметов?

Входные данные: натуральное число N , не превышающее 100; натуральное число M , не превышающее 10 000; N натуральных чисел m_i , не превышающих 100.

Выходные данные: наименьшее необходимое число предметов или 0, если набрать данный вес невозможно.

34. Вы решили заказать пиццу с доставкой на дом. В пиццерии продаются пиццы стоимостью $c_1, \dots, c_N$, а вы желаете приобрести M пицц. Каждый товар в заказ попадает любое количество раз. Известно, что для клиентов, сделавших заказ на сумму более C рублей, доставка бесплатная; при заказе на C рублей и меньше доставка стоит B рублей. Определите номера пицц, которые войдут в ваш заказ, так, чтобы стоимость была минимальной.

Входные данные: количество пицц согласно ассортименту – натуральное число N , не превышающее 20; количество приобретаемых пицц – натуральное число M , не превышающее 10 000; стоимость товара – натуральные числа c_i , не превышающие 500; сумма, выше которой доставка бесплатная, – натуральное число C ($1000 \leq C \leq 10\,000$); стоимость доставки – натуральное число B ($100 \leq B \leq 500$).

Выходные данные: суммарное количество денег, которое придется потратить; номера товаров в возрастающем порядке; способ доставки: платный или бесплатный.

35. Вы решили заказать пиццу с доставкой на дом. Известно, что для клиентов, сделавших заказ на сумму более C рублей, доставка бесплатная; при заказе на C рублей и меньше доставка стоит B рублей. Вы уже выбрали товар стоимостью A рублей. В наличии имеются еще N товаров стоимостью $d_1, \dots, d_N$ рублей, каждый в единственном экземпляре. Их также можно включить в заказ. Как потратить меньше всего денег и получить на дом уже выбранный товар в A рублей?

Входные данные: числа A, B, C, N , все числа целые, $1 \leq A \leq 1000$, $1 \leq B \leq 1000$, $1 \leq C \leq 1000$, $0 \leq N \leq 1000$; N чисел $d_1, \dots, d_N$, $1 \leq d_i \leq 1\,000\,000$.

Выходные данные: суммарное количество денег, которое придется потратить. Если при этом вы планируете сделать дополнитель-

ный заказ с расчетом на бесплатную доставку, то далее выведите количество этих товаров и их номера в возрастающем порядке. Если же вы будете оплачивать доставку сами, то далее выведите одно число -1 (минус один).

36. Дан набор гирек массой $m_1, \dots, m_N$. Можно ли их разложить на две чаши весов, чтобы они оказались в равновесии?

Входные данные: натуральное число N , не превышающее 100; N натуральных чисел m_i , не превышающих 100.

Выходные данные: программа должна вывести «YES», если гирьки можно разложить на две кучки равной массы, или «NO» – в противном случае.

37. Дан набор гирек массой $m_1, \dots, m_N$. Разделите этот набор на две кучки равной массы, содержащие равное число гирек.

Входные данные: натуральное число N , не превышающее 100; N натуральных чисел m_i , не превышающих 100.

Выходные данные: номера гирек (числа от 1 до N), входящих в первую кучку; номера гирек во второй кучке. Если задача не имеет решения, выведите строку «Нет решения!».

38. Покупатель хочет приобрести товар стоимостью S рублей. У него есть N банкнот номиналом $P_1, P_2, \dots, P_N$ рублей. У продавца есть M банкнот номиналом $Q_1, Q_2, \dots, Q_M$ рублей. Определите, смогут ли они рассчитаться.

Входные данные: программа получает на вход сумму S ; количество банкнот каждого номинала у покупателя – натуральное число N ($N < 100$); номиналы покупателя – $P_1, P_2, \dots, P_N$; количество банкнот каждого номинала у продавца – натуральное число M ($M < 100$), номиналы продавца – $Q_1, Q_2, \dots, Q_M$.

Выходные данные: если продавец сможет рассчитаться с покупателем, выведите номиналы банкнот, которые покупатель отдает продавцу и которые он получает в качестве сдачи.

Выведите число со знаком «+», если банкноту соответствующего номинала покупатель отдает продавцу, и со знаком «-», если покупатель получает эту банкноту на сдачу. Номиналы банкнот разделяйте пробелом. Если они не могут рассчитаться, выведите строку «Невозможно».

39. Палиндромом называется строка, которая одинаково читается как слева направо, так и справа налево. Подпалиндромом данной строки называется последовательность символов из данной строки

(в том же порядке, но не обязательно идущих подряд), являющаяся палиндромом. Например, HELOLEH является подпалиндромом строки HTEOLFEOLEH. Напишите программу, находящую в данной строке подпалиндром максимальной длины.

Входные данные: строка длиной не более 100 символов, состоящая из заглавных букв латинского алфавита.

Выходные данные: длина максимального подпалиндрома.

Лабораторная работа № 22

ПИРАМИДАЛЬНАЯ СОРТИРОВКА

Цель работы

Познакомиться с понятием «двоичная куча», научиться строить, объединять двоичные кучи, добавлять и удалять элементы, сортировать данные, используя пирамидальную сортировку.

Задание

Двоичное дерево – дерево, в котором из каждого родительского элемента выходит не более двух дочерних. Двоичная куча – это двоичное дерево, в котором выполнено основное условие кучи. Основное условие кучи: значение дочерних элементов меньше, чем значение родительского.

Реализуйте структуру данных (кучу) и следующие операции:

- 1) добавление элемента;
- 2) удаление элемента;
- 3) построение кучи;
- 4) объединение двух куч;
- 5) пирамидальная сортировка.

Лабораторная работа № 23

ЛИНЕЙНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ

Цель работы

Получить практические навыки работы с динамическими переменными и динамическими структурами данных.

Задание № 1

Решите задачу в соответствии с выданным вариантом. Составьте блок-схему к программе.

Для представления исходных и выходных данных используйте необходимые компоненты вместо текстовых файлов.

Варианты к заданию № 1

1. Сформируйте список строк и: а) сохраните его в текстовом файле; б) сохраните его в обратном порядке в текстовом файле. Используйте рекурсию.

2. Сформируйте список строк из текстового файла и подсчитайте количество символов во всех элементах списка.

3. Напишите функцию, которая вычисляет среднее арифметическое элементов непустого списка.

4. Напишите процедуру присоединения списка $L2$ к списку $L1$.

5. Напишите функцию, которая создает список $L2$, являющийся копией списка $L1$, начинающегося с данного узла.

6. Напишите функцию, которая подсчитывает количество вхождений ключа в списке.

7. Напишите функцию, которая удаляет из списка все вхождения ключа.

8. Многочлен задан своими коэффициентами, которые хранятся в форме списка. Напишите функцию:

– $Equal(p, q)$, проверяющую на равенство многочлены p и q ;

– $Summa(p, q, r)$, которая строит многочлен $r = p + q$.

9. Вычислите значение многочлена в целочисленной точке x . Коэффициенты вводятся с клавиатуры и динамически размещаются в памяти.

10. Сформируйте список целых чисел и упорядочите их по неубыванию.

11. Сформируйте список целых чисел и удалите из него все четные.

12. Сформируйте список вещественных чисел и вычислите сумму.

13. Напишите рекурсивную и нерекурсивную процедуры проверки наличия в списке заданного числа.

14. Напишите функцию, которая проверяет, упорядочены ли элементы списка по алфавиту.

15. Напишите функцию, подсчитывающую количество слов в списке, которые начинаются с той же буквы, что и следующее слово.

16. Определите симметричность произвольного текста любой длины. Текст должен оканчиваться точкой. Задачу решите с помощью двух списков.

17. Вычислите значение выражения. Значения вводятся с клавиатуры и динамически размещаются в памяти.

18. Напишите функцию, которая использует исходный список L и создает два новых списка $L1$ и $L2$. $L1$ содержит нечетные узлы, а $L2$ – четные.

19. Напишите функцию, которая использует исходный список L и создает два новых списка $L1$ и $L2$. $L1$ содержит нечетные числа, а $L2$ – четные.

20. Сформируйте два списка, отсортируйте их и объедините в один, не нарушая порядка.

Задание № 2

Решите задачу в соответствии с выданным вариантом.

Варианты к заданию № 2

1. Подсчитайте количество элементов в стеке.

2. Сформируйте стек, содержащий строки, и сохраните его в текстовом файле.

3. Восстановите стек, содержащий строки, из текстового файла.

4. Напишите функцию, которая вычисляет среднее арифметическое элементов стека.

5. Напишите процедуру присоединения стека $S2$ к стеку $S1$.

6. Определите симметричность произвольного текста любой длины. Текст должен оканчиваться точкой. Задачу решите с помощью двух стеков.

7. Слейте два стека, содержащих возрастающую последовательность целых положительных чисел, в третий стек так, чтобы его элементы располагались также в порядке возрастания.

8. В тексте проверьте соответствие открытия и закрытия скобок.

9. Напечатайте содержимое текстового файла, выписывая символы каждой его строки в обратном порядке.

10. Проверьте, является ли строка палиндромом.

Задание № 3

Решите задачу в соответствии с выданным вариантом.

Варианты к заданию № 3

1. Составьте программу, которая вставляет в список L новый элемент F за каждым вхождением элемента E .
2. Составьте программу, которая вставляет в список L новый элемент перед первым вхождением элемента E , если E входит в L .
3. Составьте программу, которая вставляет в непустой список L , элементы которого упорядочены по неубыванию, новый элемент E так, чтобы сохранилась упорядоченность.
4. Составьте программу, которая удаляет из списка L все элементы E , если таковые имеются.
5. Составьте программу, которая удаляет из списка L за каждым вхождением элемента E один элемент, если таковой имеется и он отличен от E .
6. Составьте программу, которая удаляет из списка L все отрицательные элементы.
7. Составьте программу, которая проверяет, есть ли в списке L хотя бы два одинаковых элемента.
8. Составьте программу, которая переносит в конец непустого списка L его первый элемент.
9. Составьте программу, которая вставляет в список L за первым вхождением элемента E все элементы списка L , если E входит в L .
10. Составьте программу, которая переворачивает список L , т. е. изменяет ссылки в этом списке так, чтобы его элементы оказались расположенными в обратном порядке.
11. Составьте программу, которая в списке L из каждой группы подряд идущих одинаковых элементов оставляет только один.
12. Составьте программу, которая формирует список L , включив в него по одному разу элементы, которые входят одновременно в оба списка $L1$ и $L2$.
13. Составьте программу, которая формирует список L , включив в него по одному разу элементы, которые входят в список $L1$, но не входят в список $L2$.
14. Составьте программу, которая формирует список L , включив в него по одному разу элементы, которые входят в один из списков $L1$ и $L2$, но в то же время не входят в другой.

15. Многочлен $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0$ с целыми коэффициентами можно представить в виде списка, причем если $a_i = 0$, то соответствующее звено не включается в список.

Реализуйте такой тип данных; метод чтения коэффициентов и значения x ; метод вывода коэффициентов многочлена; логическую функцию *Ravno* (P, Q), проверяющую на равенство многочлены P и Q .

16. Многочлен $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0$ с целыми коэффициентами можно представить в виде списка, причем если $a_i = 0$, то соответствующее звено не включается в список.

Реализуйте такой тип данных; метод чтения коэффициентов и значения x ; метод вывода коэффициентов многочлена; функцию *Znach*(P, x), вычисляющую значение многочлена P в целочисленной точке x .

17. Многочлен $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0$ с целыми коэффициентами можно представить в виде списка, причем если $a_i = 0$, то соответствующее звено не включается в список.

Реализуйте такой тип данных; метод чтения коэффициентов и значения x ; метод вывода коэффициентов многочлена; метод *Diff* (P, Q), который строит многочлен Q – производную многочлена P .

18. Многочлен $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0$ с целыми коэффициентами можно представить в виде списка, причем если $a_i = 0$, то соответствующее звено не включается в список.

Реализуйте такой тип данных; метод чтения коэффициентов и значения x ; метод вывода коэффициентов многочлена; метод *Slozh* (P, Q, R), который строит многочлен R – сумму многочленов Q и P .

19. Многочлен $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0$ с целыми коэффициентами можно представить в виде списка, причем если $a_i = 0$, то соответствующее звено не включается в список.

Реализуйте такой тип данных; метод чтения коэффициентов и значения x ; метод вывода коэффициентов многочлена; метод вычисления $P(x+1) - P(x)$.

20. Составьте программу для упорядочения в порядке возрастания элементов однонаправленного списка.

21. Составьте программу, заполняющую список последовательностью случайных различных целых чисел и суммирующую те его элементы, которые расположены между минимальным и максимальным элементами (если минимальный элемент предшествует максимальному).

22. Дан список, содержащий целые числа. Сформируйте другой список из элементов данного, абсолютные величины которых являются простыми числами.

23. Дан список, содержащий натуральные числа. Удалите те его элементы, которые кратны заданному числу k .

24. Элементами списка являются слова – имена существительные, записанные в именительном падеже (строки длиной не более 15 символов). Составьте программу, которая добавляет за каждым словом все его падежные формы.

25. Дан список, содержащий целые числа. Определите количество различных элементов этого списка.

26. Даны упорядоченные списки $L1$ и $L2$. Вставьте элементы списка $L2$ в список $L1$, не нарушая его упорядоченности.

27. Дан список, содержащий запись неотрицательных целых чисел в двоичной системе счисления. Замените каждый элемент списка на его запись в шестнадцатеричной системе счисления.

28. Дан список, содержащий обыкновенные дроби вида $\frac{P}{Q}$ (P – целое число, Q – натуральное число). Составьте программу для суммирования модулей этих дробей. Ответ представьте в виде обыкновенной несократимой дроби.

29. Составьте программу, которая должна находить среднее арифметическое элементов непустого однонаправленного списка вещественных чисел, заменять все вхождения числа x на число y , менять местами первый и последний элементы, проверять, упорядочены ли числа в списке по возрастанию.

30. Дан список вещественных чисел. Напишите следующие функции:

- а) проверки наличия в нем двух одинаковых элементов;
- б) переноса в начало его последнего элемента;
- в) переноса в конец его первого элемента;
- г) вставки заданного числа после вхождения числа x .

31. Дан список строк. Напишите следующие подпрограммы:

- а) обращение списка (измените ссылки в списке так, чтобы элементы оказались расположенными в противоположном порядке);
- б) из каждой группы подряд идущих элементов оставьте только один;

в) оставьте в списке только первые вхождения одинаковых элементов.

32. Даны два списка $L1$ и $L2$ пар вещественных чисел. Напишите методы, возвращающие новый список L , включающий в себя:

а) пары списка $L1$, первая координата которых встречается как вторая координата у пар списка $L2$;

б) пары (x, y) списка $L1$, встречающиеся в виде (y, x) в списке $L2$;

в) пары (x, y) , где $x < y$ списка $L1$.

33. Даны два списка $L1$ и $L2$ вещественных чисел. Напишите подпрограммы, возвращающие новый список L , включающий по одному разу числа, которые:

а) входят одновременно в оба списка;

б) входят хотя бы в один из списков;

в) входят в один из списков $L1$ и $L2$, но в то же время не входят в другой из них;

г) входят в список $L1$, но не входят в список $L2$.

34. Целое длинное число представляется строкой цифр. Напишите метод, упорядочивающий числа по неубыванию.

35. Дан список слов, среди которых есть пустые. Напишите метод, выполняющий следующее действие:

а) перестановку первого и последнего непустых слов;

б) печать текста из первых букв непустых слов;

в) удаление из непустых слов первых букв;

г) определение количества слов в непустом списке, отличных от последнего.

Лабораторная работа № 24

ДЕРЕВЬЯ

Цель работы

Изучить способы эффективного хранения и обработки информации на примере бинарных деревьев.

Задание № 1

Используя возможности графических библиотек языка Python, напишите метод, рисующий дерево. Данный метод необходимо использовать в заданиях 2, 3, 4 этой лабораторной работы.

Задание № 2

Решите задачу на построение или модификацию дерева в соответствии с выданным вариантом.

Примечание. Для решения задачи любое слово ищется в дереве, которое на начальном этапе пусто. Если слово найдено, то счетчик его вхождений увеличивается на единицу, если нет, то слово включается в дерево с единичным значением счетчика.

Варианты к заданию № 2

Построение

1. Опишите процедуру $C_o_p_y(T, T1)$, которая строит бинарное дерево $T1$ – копию дерева T .
2. Опишите функцию или процедуру, которая по заданному дереву T строит дерево, состоящее только из листьев дерева T .
3. Напишите функцию или процедуру, которая по типизированному файлу F , содержащему целые числа, строит дерево поиска T .

Модификация

4. Напишите функцию или процедуру, которая добавляет к бинарному дереву T новую вершину с элементом E (если ее не было в T).
5. Напишите функцию или процедуру, которая заменяет в дереве T значения всех отрицательных элементов вершин на их абсолютные величины (информационное поле вершины дерева T имеет тип *Real*).
6. Напишите функцию или процедуру, которая удаляет все вершины с одинаковыми элементами из непустого дерева T (разрешается использовать вспомогательную множественную структуру данных).
7. Напишите функцию или процедуру, которая удаляет из непустого бинарного дерева T вершины, содержащие максимальный и минимальный элементы (информационное поле вершины дерева имеет тип *Real*).
8. Напишите функцию или процедуру, которая удаляет из непустого дерева поиска T вершины, содержащие максимальный и минимальный элементы (информационное поле вершины дерева имеет тип *Real*).
9. Напишите функцию или процедуру, которая удаляет из непустого дерева все вершины с положительными элементами (информационное поле вершины дерева имеет тип *Real*).

10. Напишите функцию или процедуру, которая удаляет из непустого дерева поиска все вершины с отрицательными элементами (информационное поле вершины дерева имеет тип *Real*).

Задание № 3

Решите задачу подсчета или построения предиката (метод, возвращающий значение *True/False*) в соответствии с выданным вариантом.

Варианты к заданию № 3

Предикаты

1. Напишите функцию, которая определяет, входит ли вершина, содержащая информационное поле *E*, в заданное бинарное дерево дважды.

2. Напишите функцию, которая проверяет, входит ли вершина, содержащая информационное поле *E*, в правое или левое поддерево заданного дерева поиска.

3. Напишите функцию, которая проверяет, совпадает ли элемент из самого левого листа непустого поиска дерева с элементом из самого правого листа того же дерева.

4. Установите, можно ли попасть из одной вершины бинарного дерева в другую, если двигаться по ветвям к листьям.

5. Установите, можно ли попасть из одной вершины дерева поиска в другую, если двигаться по ветвям к листьям.

Подсчет

6. Опишите функцию или процедуру, которая определяет количество вхождений вершины с заданным элементом *E* в бинарное дерево.

7. Опишите функцию или процедуру, которая вычисляет сумму элементов всех вершин заданного непустого дерева поиска (информационное поле вершины дерева имеет вещественный тип).

8. Опишите функцию, которая определяет максимальную глубину непустого дерева, т. е. количество ветвей в самом длинном из путей от корня дерева до листьев.

9. Определите глубину (высоту) непустого дерева поиска, используя функцию определения пути от данной вершины до корня.

10. Напишите функцию, которая выбирает из непустого дерева поиска все разные английские буквы (информационное поле вершины дерева имеет символьный тип).

11. Напишите функцию, которая определяет максимальный элемент из всех листьев непустого бинарного дерева (информационное поле вершины дерева имеет тип *Integer*).

12. Напишите процедуру, которая выводит на экран содержимое информационных полей всех внутренних вершин бинарного дерева.

Задание № 4

Решите задачу на бинарном дереве в соответствии с выданным вариантом.

Варианты к заданию № 4

Задачи для деревьев двоичного поиска

1. Напишите рекурсивную числовую функцию, подсчитывающую сумму элементов дерева.

2. Напишите функцию, которая находит наибольший элемент дерева.

3. Напишите функцию, которая находит наименьший элемент дерева.

4. Напишите процедуру, которая удаляет из дерева все четные элементы.

5. Напишите рекурсивную процедуру, которая определяет число вхождений заданного элемента в дерево.

6. Напишите рекурсивную процедуру, которая печатает элементы из всех листьев дерева.

7. Напишите рекурсивную функцию, которая определяет глубину заданного элемента на дереве и возвращает -1 , если такого элемента нет.

8. Напишите процедуру, которая печатает (по одному разу) все вершины дерева.

9. Напишите процедуру, которая по заданному n считает число всех вершин глубины n в заданном дереве.

10. Напишите процедуру, которая считает глубину дерева.

11. Отсортируйте массив A путем включения его элементов в дерево и скопируйте отсортированные данные обратно в A .

12. Задана последовательность слов. Определите частоту вхождения каждого из слов в последовательность.

Лабораторная работа № 25

ГРАФЫ

Цель работы

Освоить построение графов и изучить основные принципы работы с ними.

Примечание. Данные о графе вводятся из текстового файла, где информация хранится в следующем формате:

1) для невзвешенных графов:

```
7
1 2
1 3
2 5
3 4
5 7
6 7
```

В первой строке указано количество вершин; далее – по два значения в каждой строке, например строка «1 2» означает, что между вершинами 1 и 2 есть ребро;

2) для взвешенных графов:

```
7
1 2 3
1 3 5
2 5 2
3 4 1
5 7 3
6 7 2
```

В первой строке указано количество вершин; далее – по три значения в каждой строке, например строка “1 2 3” означает, что между вершинами 1 и 2 есть ребро и вес ребра равен 3.

Задание № 1

Напишите программу чтения данных из файла с информацией о количестве вершин и ребрах. Хранение данных в программе организуйте по вариантам.

Варианты к заданию № 1

1. Матрица инциденций.
2. Матрица смежности
3. Список вершин и списки соседей.
4. Словарь со списками соседей.
5. Список ребер.

Задание № 2

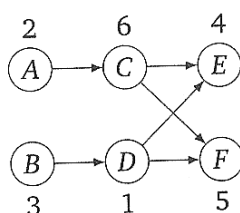
Используя возможности графических библиотек языка Python, напишите метод, рисующий граф. Данный метод необходимо использовать в заданиях 2, 3, 4 этой лабораторной работы.

Задание № 3

Решите задачу для ориентированного невзвешенного графа.

Варианты к заданию № 3

1. Составьте алгоритм, который определяет, есть ли в данном ориентированном графе вершина, из которой достижимы все вершины графа.
2. Постройте алгоритм, который по двум вершинам $s, t \in V$ ориентированного графа $G = (V, E)$ находит количество различных путей из s в t (V – множество вершин; E – множество ребер).
3. Составьте алгоритм, который по данному ориентированному графу G и его ребру e определит, есть ли в G цикл, содержащий e .
4. Постройте алгоритм нахождения цикла нечётной длины в ориентированном графе.
5. Дан ориентированный граф, каждой вершине $u \in V$ которого приписана цена (*price*) p_{ij} , представляющая собой целое положительное число. Определим массив *cost* следующим образом: $Cost[u]$ – минимальная цена вершин, достижимых из u (включая u). Например, значения массива *cost* для вершин A, B, C, D, E, F графа на рисунке равны 2, 1, 4, 1, 4, 5. (Цены p_{ij} указаны около вершин.)



Необходимо заполнить массив *cost* для всех вершин графа.

6. Власти сделали все дороги города односторонними и утверждают, что от любого перекрестка по-прежнему можно добраться до любого другого, не нарушая правил. Как можно это проверить? Сформулируйте данную задачу на языке графов и покажите, как её можно решить.

В ответ на претензии власти заявили, что имели в виду другое: куда бы ни поехать от мэрии по правилам, можно будет вернуться, не нарушая правил. Как проверить это утверждение?

7. Магистерская программа по информатике состоит из n семестровых курсов. Граф G отображает следующие зависимости: вершины графа соответствуют курсам, из v идет ориентированное ребро в w , если w можно изучать только после v . Постройте алгоритм, который по G определит минимальное количество семестров, необходимое для изучения всей программы (в одном семестре может быть сколько угодно курсов).

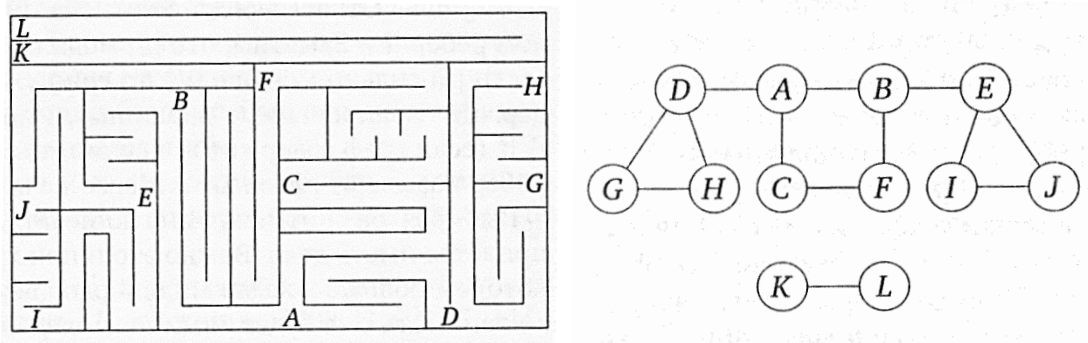
8. Перед вами стоит задача выстроить n непослушных детей друг за другом, причем у вас имеется список из m утверждений типа “ i не дружит с j ”. Если i не дружит с j , то будет разумно не ставить i позади j , так как i может что-нибудь кинуть в j . Если такое упорядочивание невозможно, алгоритм должен сообщить об этом.

Задание № 4

Решите задачу для неориентированного невзвешенного графа.

Варианты к заданию № 4

1. Дан лабиринт, который можно представить в виде графа (можно взять любой другой лабиринт).



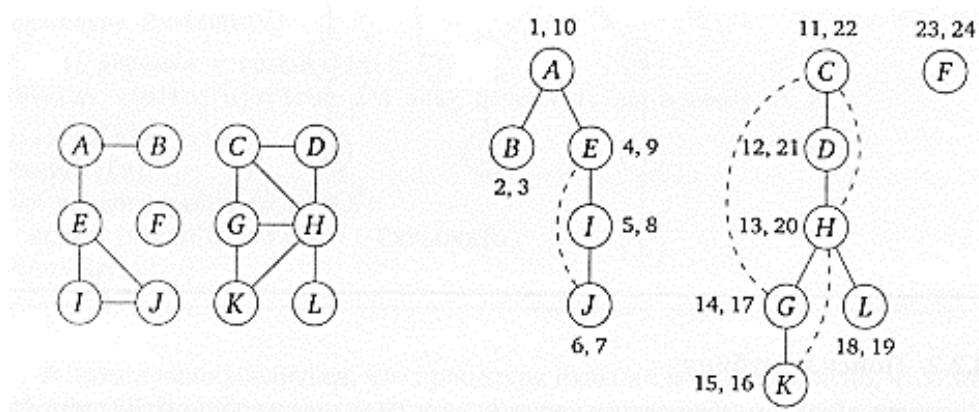
Лабиринт и соответствующий ему граф

Найдите выход из лабиринта, начиная с указанной вершины.

2. Определите для вершины X любой путь до всех вершин графа (кроме X). Если путь существует, то выведите его длину и список вершин, содержащихся в найденном пути. Если таких путей несколько, то выведите только один из них. Если пути не существует, то выведите только его длину, т. е. 0.

Примечание: Так как граф невзвешенный, то наличие ребра определяют как 1, а отсутствие – 0. Например, длина минимального пути от вершины A до вершины B равна 1, от A до J – 3, от A до K длина пути равна 0. Из вершины A до вершины B есть еще один путь $ACFB$ длиной 3.

3. Решите задачу построения леса поиском в глубину.



Граф и соответствующий ему лес, построенный поиском в глубину

Каждую компоненту связности выведите с новой строки. Для каждой вершины укажите два числа: время входа в вершину и время выхода из вершины. Для этого используйте счетчик *clock*, массив *pre[v]* и *post[v]*.

4. Дан невзвешенный граф и две вершины X и Y . Определите длину минимального пути из вершины X до вершины Y . Выведите все вершины, содержащиеся в найденном минимальном пути.

5. Дан невзвешенный граф. Реализуйте алгоритм топологической сортировки. Выведите список вершин при топологическом обходе или сообщение о том, что вершины графа невозможно отсортировать топологически.

6. Дан невзвешенный граф. Определите для каждой вершины число доступных вершин. Например, для вершины A число доступных вершин равно 4, для вершины F – 0, для вершины C – 5.

7. Определите все мосты в неориентированном графе G .

8. Неориентированный граф, состоящий из двух компонент связности, всегда можно сделать связанным, добавив одно ребро. Составьте программу, которая при наличии двух компонент связности графа добавляет такое ребро (мост).

9. Степенью $d(v)$ вершины v неориентированного графа G называется количество соседей v . Для неориентированного графа выполнено равенство $\sum_{u \in V} d(u) = 2|E|$, где V – множество вершин, E – множество ребер.

Дан связный граф G (количество компонент связности равно 1). В связном графе из любой вершины доступны все вершины графа, т. е. за один обход из вершины X можно пройти через все вершины. Пусть такой обход завершается в вершине Y (может быть $X = Y$).

Пусть в нашем связном графе G есть вершины четной и нечетной степеней. Напишите программу, которая запустит *DFS* из всех вершин X нечетной степени. Определите степень вершины Y . Выведите X , Y , степень Y .

10. В неориентированном связном графе определите все вершины, которые являются точками сочленения. Точкой сочленения будет такая вершина графа, при удалении которой граф распадается на две или больше компонент связности.

11. Составьте программу, доказывающую, что в каждом связном неориентированном графе найдется вершина, удаление которой оставляет граф связным.

12. Составьте программу, которая определит цикл максимальной длины в графе G , содержащий вершину v .

13. Составьте программу, которая определит цикл максимальной длины в графе G , содержащий вершину v .

14. Составьте программу, которая определит цикл максимальной длины в графе G , содержащий ребро e .

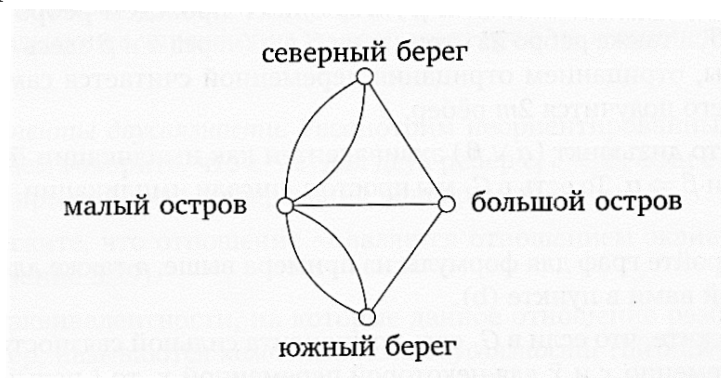
15. Составьте программу, которая в графе G найдет все циклы, содержащие три вершины (три ребра), т. е. циклы длиной 3. Циклы ABC , BCA , ACB и так далее считать одинаковыми.

16. Есть три сосуда ёмкостью 10, 7 и 4 литров. Изначально первый сосуд пуст, остальные два полностью наполнены водой. За один ход разрешается переливать из одного сосуда воду в другой до тех пор, пока первый не станет пустым или же второй не заполнится до верха.

Необходимо проверить, существует ли последовательность ходов, в результате которой в одном из последних двух сосудов останется ровно 2 литра воды.

Сформулируйте данную задачу как задачу о графах: определите соответствующий граф и переформулируйте вопрос в его терминах. Найдите ответ и последовательность ходов, применив алгоритм на графах. Ваша программа должна решать задачу для любых емкостей. Если переливание невозможно, то следует вывести, например, 0.

17. Эйлеровым циклом неориентированного графа называется замкнутый путь, проходящий по всем ребрам графа по одному разу. В 1736 году Леонард Эйлер решил знаменитую задачу о кёнигсбергских мостах, положившую начало теории графов. В Кёнигсберге (в настоящее время Калининград) два острова и два берега реки были связаны семью мостами, и возник вопрос: можно ли обойти все эти семь мостов и вернуться в исходную точку, пройдя по каждому из мостов один раз?



Мосты Кёнигсберга

18. Составьте программу, которая проверяет утверждение, что в неориентированном графе G есть эйлеров цикл тогда и только тогда, когда он связан и степени всех его вершин чётны.

19. Эйлеровым путем называется путь в графе, проходящий по каждому ребру графа ровно один раз. Составьте программу, которая проверяет утверждение, что такой путь возможен в связном графе, если все вершины имеют четную степень или граф содержит две вершины нечётной степени.

20. Дан так называемый граф дружбы, или граф дружеских отношений. Каждая вершина – это студент Z_i , соседние вершины – друзья

Z_i . Составьте программу, которая выведет список студентов таким образом, чтобы рядом (справа или слева) со студентом Z_i стояли только друзья.

21. Разработайте алгоритм с линейным временем исполнения для удаления всех вершин второй степени из графа путем замены ребер (u, v) и (v, w) ребром (u, w) . Также нужно удалить множественные копии ребер, оставив только одно ребро. Обратите внимание, что удаление копий ребра может создать новую вершину второй степени, которую нужно будет удалить, а удаление вершины второй степени может создать кратные ребра, которые также нужно будет удалить.

22. Гамильто́нов граф – математический объект теории графов. Представляет собой граф, который содержит гамильтонов цикл. При этом гамильтоновым циклом является такой цикл (замкнутый путь), который содержит все вершины данного графа.

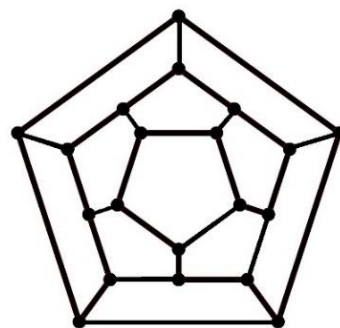
С гамильтоновым графом тесно связано понятие гамильтонова пути, который является простым путём (путём без петель), проходящим через каждую вершину графа один раз. Гамильтонов путь отличается от цикла тем, что у пути начальные и конечные вершины могут не совпадать (в отличие от цикла).

В 1952 году было сформулировано условие Дирака существования гамильтонова пути: пусть p – число вершин в данном графе, $p > 3$; если степень каждой вершины не меньше, чем $\frac{p}{2}$, то данный граф – гамильтонов.

Составьте программу, которая построит гамильтонов путь в неориентированном графе G . Условие существования гамильтонова пути необходимо проверить в начале алгоритма, чтобы не запускать поиск вхолостую. Используйте граф G , содержащий не более 20 вершин.

23. Постройте гамильтонов путь (или цикл), например, для додекаэдра.

24. Решите задачу обхода шахматной доски конем. Фигура начинает движение с клетки (x, y) и возвращается в ту же клетку (x, y) , побывав в любой клетке только один раз и покрыв



Додекаэдр

своими ходами всю шахматную доску. Таких гамильтоновых циклов несколько. Можно визуализировать получившийся(-ея) цикл(ы).

Задание № 5

Решите задачу для взвешенного графа.

Варианты к заданию № 5

1. Найдите кратчайший путь алгоритмом Дейкстры от вершины *A* до вершины *B*. Выведите путь как перечисление всех вершин.
2. Найдите кратчайший путь алгоритмом Флойда от вершины *A* до вершины *B*. Выведите путь как перечисление всех вершин.
3. Найдите кратчайший путь алгоритмом Форда от вершины *A* до вершины *B*. Выведите путь как перечисление всех вершин.
4. Постройте остовное дерево методом Крускала.
5. Постройте остовное дерево методом Прима.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, выполнение 25 лабораторных работ позади. За время работы было изучено большое количество тем – от освоения основ программирования на языке Python и составлению блок-схем до алгоритмов, знание которых поможет при создании различных программ.

Однако необходимо вы должны понимать, что на этом изучение программирования не заканчивается. Если вы хотите продолжить изучать Python, то авторы рекомендуют обратить внимание на различные библиотеки, которые расширяют применение языка, например библиотека NumPy позволяет работать с многомерными матрицами, а библиотеки Pandas и TensorFlow помогут в освоении машинного обучения.

Если вы желаете отточить мастерство в применении алгоритмов, то самое время обратить внимание на публичные соревнования по программированию, которые проводятся на платформах Яндекс.Контест или Codeforces.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Вычисление значений функций [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://life-prog.ru/2_13516_zadanie-vichislenie-znacheniy-funktsiy.html (дата обращения: 22.11.2022).

2. *Дасгупта, С.* Алгоритмы / С. Дасгупта, Х. Пападимитриу, У. Вазирани ; пер. с англ. под ред. А. Шеня. – М. : МЦНМО, 2014. – 320 с. – ISBN 978-5-4439-0236-4.

3. *Дрофа, В.* Задачи на линейные алгоритмы [Электронный ресурс] / В. Дрофа. – Режим доступа: <https://pandia.ru/text/78/438/8509.php> (дата обращения: 21.11.2022).

4. *Ермакова, Е. Д.* Линейные алгоритмы задания. Программирование [Электронный ресурс] / Е. Д. Ермакова. – Режим доступа: <https://infourok.ru/lineynie-algoritmi-zadaniya-programmirovaniye-2870145.html> (дата обращения: 14.10.2022).

5. Информатика и ИКТ : задачник-практикум / под ред. И. Г. Семакина, Е. К. Хеннера. – 4-е изд., стер. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2002. – 312 с. – ISBN 5-94774-022-2.

6. *Мусин, Д.* Самоучитель Питон [Электронный ресурс] / Д. Мусин. – Режим доступа: <https://pythonworld.ru/pdf> (дата обращения: 23.10.2023).

7. *Нехорошева, М. А.* Сборник индивидуальных задач по разделу «Язык программирования Pascal» по дисциплине «Информатика» [Электронный ресурс] / М. А. Нехорошева. – Режим доступа: <https://infourok.ru/sbornik-zadach-po-programmirovaniyu-630635.html> (дата обращения: 22.11.2022).

8. Программирование, численные методы и математическое моделирование : учеб. пособие / И. Г. Семакин [и др.]. – М. : Кнорус, 2017. – ISBN 978-5-406-00862-1.

9. *Северанс, Ч. Р.* Python для всех / Ч. Р. Северанс ; пер. с англ. А. В. Снастина. – М. : ДМК Пресс, 2021. – 262 с. – ISBN 978-5-93700-

104-7. – Режим доступа: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785937001047.html> (дата обращения: 28.08.2023).

10. *Семакин, И. Г.* Основы алгоритмизации и программирования : учеб. для студентов учреждений сред. проф. образования / И. Г. Семакин, А. П. Шестаков. – 3-е изд., стер. – М. : Академия, 2012. – 400 с. – ISBN 978-5-7695-8957-7.

11. *Семакин, И. Г.* Основы программирования : учебник / И. Г. Семакин, А. П. Шестаков. – М. : Мастерство, 2002. – 432 с. – ISBN 5-294-00054-7.

12. *Шихи, Д. Р.* Структуры данных в Python: начальный курс / Д. Р. Шихи ; пер. с англ. А. В. Снастина. – М. : ДМК Пресс, 2022. – 186 с. – ISBN 978-5-93700-110-8. – Режим доступа: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785937001108.html> (дата обращения: 28.08.2023).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования

**СТАВРОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ**

**Кафедра математики, информатики и цифровых
образовательных технологий**

Лабораторная работа № 1
по дисциплине «Практикум по решению задач на ЭВМ»

Тема: Рекурсия

Выполнил:

студент гр. XXXXX
И. И. Иванов

Принял:

О. Х. Шаяхметов

г. Ставрополь 2024

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Научиться составлять рекурсивные программы на Python.

ЗАДАНИЕ 1

Фрактал «дерево Пифагора».

ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

Листинг:

```
from math import sin, cos, radians
from PIL import Image, ImageDraw

width, height = 10000, 10000
inp_depth = 20
inp_length = 2500
inp_spread = 45
img = Image.new('RGB', (width, height), 'white')
draw = ImageDraw.Draw(img)

def draw_pyth_tree(x1, y1, depth, length, spread, angle=-90):
    if depth:
        x2 = x1 + int(cos(radians(angle)) * length)
        y2 = y1 + int(sin(radians(angle)) * length)

        draw.line([x1, y1, x2, y2], 'black', depth)
        draw_pyth_tree(x2, y2, depth-1, 3*length//4, spread, angle + spread)
        draw_pyth_tree(x2, y2, depth-1, 3*length//4, spread, angle - spread)

draw_pyth_tree(width / 2, height * 0.9, inp_depth, inp_length, inp_spread)
img.show()
```

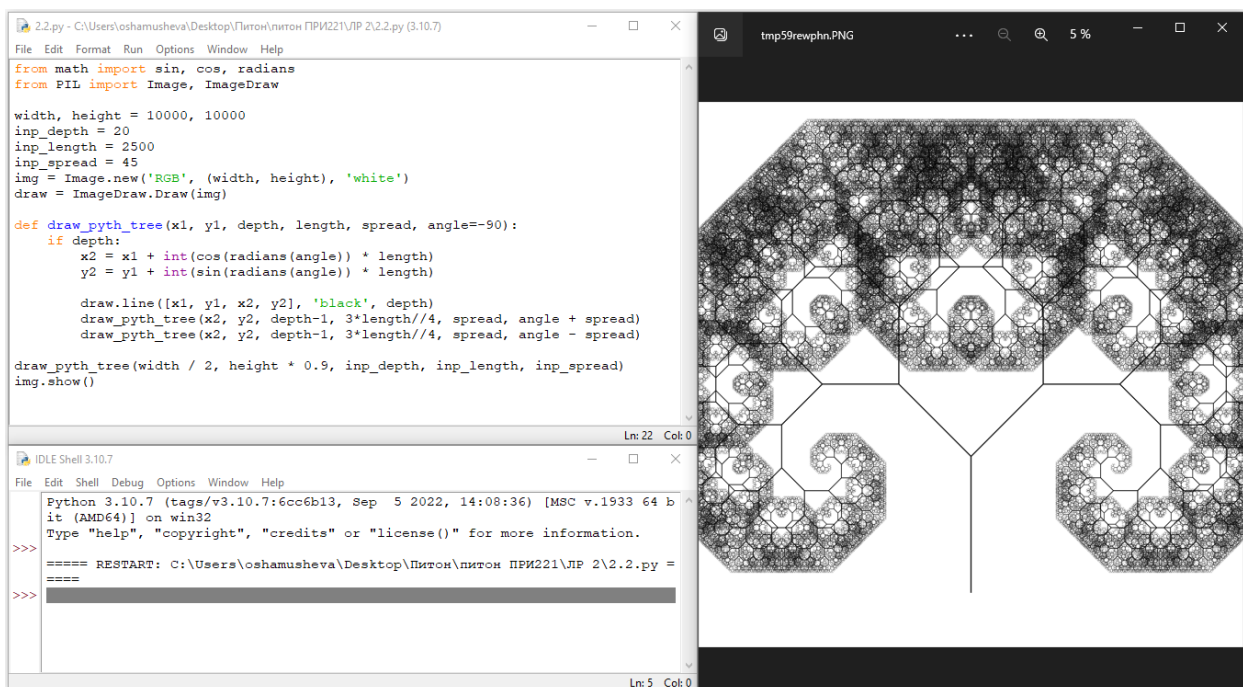


Рис. 1. Результат работы программы 1

ЗАДАНИЕ 2

Сложный процент. Вкладчик положил в Сбербанк сумму в sum единиц под p процентов за один период времени (год, месяц, неделя и т. д.). Составьте рекурсивную программу-функцию, возвращающую величину вклада по истечении n периодов времени ($n = 1, 2, \dots$).

ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

Листинг:

```
def calculate_contribution(sum, p, n):  
    if n==0:  
        return sum  
    return (1+p/100) * calculate_contribution(sum, p, n-1)  
  
print(calculate_contribution(1000, 10, 4))
```

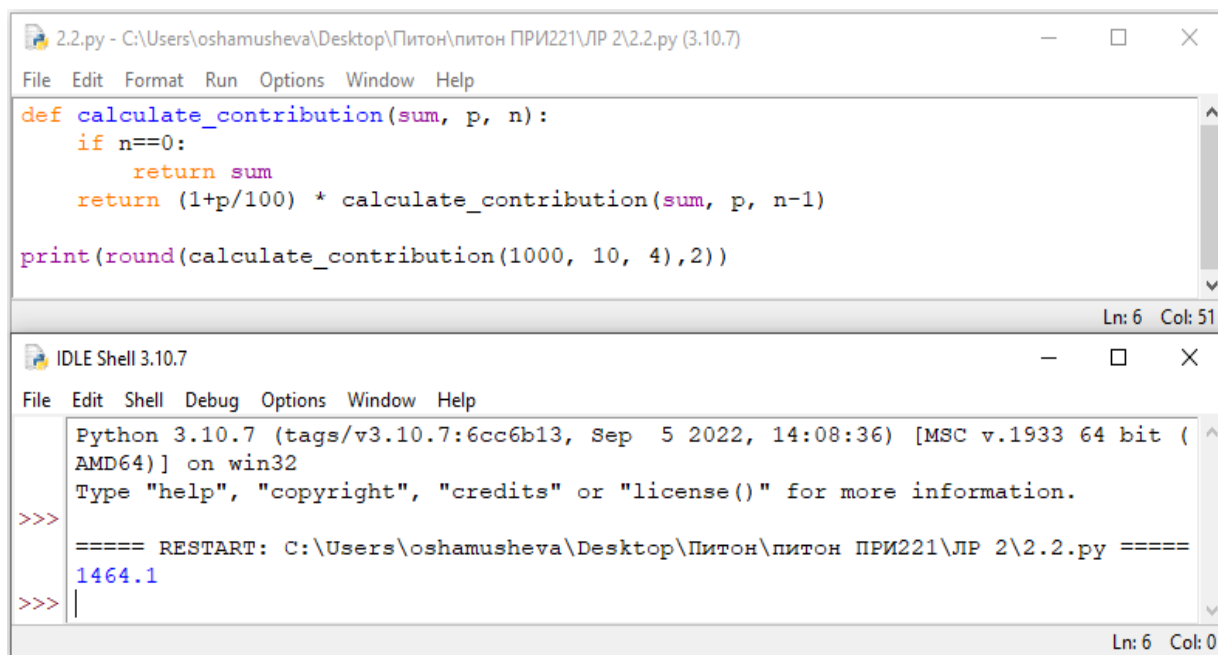


Рис. 2. Результат работы программы 2

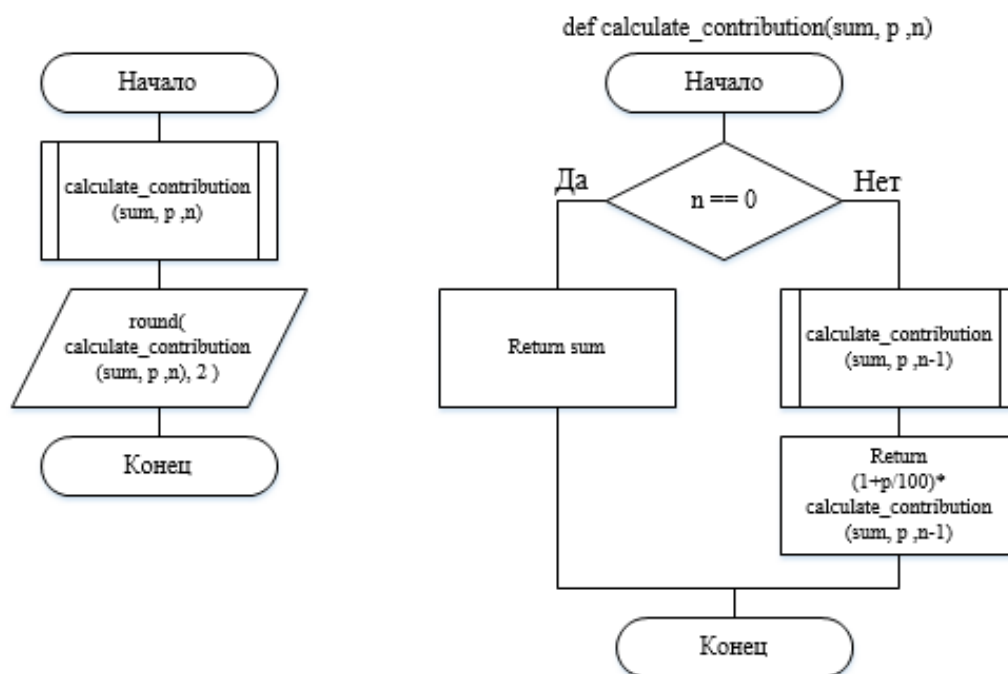


Рис. 3. Блок-схема программы 2

ВЫВОД К РАБОТЕ

Я научился составлять рекурсивные программы на Python.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
Лабораторная работа № 1. ВВОД-ВЫВОД ДАННЫХ	5
Лабораторная работа № 2. СОСТАВЛЕНИЕ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ	6
Лабораторная работа № 3. УСЛОВНЫЙ ОПЕРАТОР	11
Лабораторная работа № 4. ВЕТВЛЕНИЕ	22
Лабораторная работа № 5. ЦИКЛЫ. ТАБУЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ	28
Лабораторная работа № 6. ЦИКЛЫ. ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ	35
Лабораторная работа № 7. ГРАФИКА	39
Лабораторная работа № 8. ОДНОМЕРНЫЕ МАССИВЫ	40
Лабораторная работа № 9. ГЕНЕРАТОРЫ СПИСКОВ. СРЕЗЫ	45
Лабораторная работа № 10. МАТРИЦЫ	50
Лабораторная работа № 11. ЗАПОЛНЕНИЕ И ОБХОДЫ МАТРИЦ	56
Лабораторная работа № 12. СТРОКИ	65
Лабораторная работа № 13. ПОДПРОГРАММЫ	70
Лабораторная работа № 14. ФАЙЛЫ	72
Лабораторная работа № 15. СЛОВАРИ	75

Лабораторная работа № 16. РЕКУРСИЯ	78
Лабораторная работа № 17. ФРАКТАЛЫ	82
Лабораторная работа № 18. СОРТИРОВКИ	83
Лабораторная работа № 19. ПОИСК	84
Лабораторная работа № 20. ХЭШИРОВАНИЕ.....	85
Лабораторная работа № 21. ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ.....	86
Лабораторная работа № 22. ПИРАМИДАЛЬНАЯ СОРТИРОВКА	96
Лабораторная работа № 23. ЛИНЕЙНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ	96
Лабораторная работа № 24. ДЕРЕВЬЯ.....	102
Лабораторная работа № 25. ГРАФЫ	106
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	114
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	115
ПРИЛОЖЕНИЕ	117

Электронное издание

Практикум по решению задач на ЭВМ

Методические указания к выполнению лабораторных работ

Составитель:

ШАЯХМЕТОВ Олег Хазиакумович

Ответственный за выпуск – зав. кафедрой К. А. Киричек

Системные требования: Intel от 1,3 ГГц; Windows XP/7/8/10; Adobe Reader;
диско-вод CD-ROM.

Тираж: 100 экз.

Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
СТАВРОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

Кафедра математики, информатики и цифровых образовательных технологий